

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra mechaniky



Návrh geometrie stolu zvedací plošiny

Table Design of Lifting Platform

Student:

Vedoucí diplomové práce:

Bc. Martin HANÁK

Ing. Zdeněk PORUBA, Ph.D.

Ostrava 2013

Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Martin Hanák**
Studijní program: **N2301 Strojní inženýrství**
Studijní obor: **3901T003 Aplikovaná mechanika**
Téma: **Návrh geometrie stolu zvedací plošiny**
Table Design of Lifting Platform

Zásady pro vypracování:

- 1) Proveďte parametrickou studii vlivu umístění podpor na velikost průhybu a rozložení reakcí v podporách u staticky neurčitého nosníku. Na základě výsledků studie dále definujte vhodné rozmístění podpor.
- 2) Navrhněte několik variant konstrukcí stolů zadané zvedací plošiny o definovaných rozměrech a zatížení. Návrh musí splňovat požadavek na minimální hmotnost, minimální hodnotu vlastní frekvence stolu a hodnotu nejvyššího redukovaného napětí.
- 3) Návrh proveďte ve vybraném konečnoprvkovém SW a prezentujte splnění požadovaných parametrů provedením příslušných statických a dynamických analýz.
- 4) Vytvořte sestavný výkres nejlepšího návrhu.

Seznam doporučené odborné literatury:

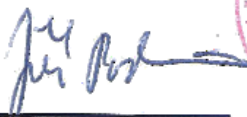
1. ANSYS, Inc. *ANSYS Release 14 Documentation*. SAP IP, Inc., 2007. V elektronické podobě dostupné jako součást instalace programu ANSYS 14.
2. KOLÁŘ, V., NĚMEC, I., KANICKÝ, V. *FEM : Principy a praxe metody konečných prvků*. 1. vyd. Praha : Computer Press, 1997. 401 s. ISBN 80-7226-021-9.
3. COOK, R. D. *Finite Element Modeling for Stress Analysis*. 1st edition. New York : Wiley & Sons, 1995. 320 s. ISBN 0-471-10774-3.
4. KUČERA, J. *Stručný úvod do mechaniky lomu. Část I, Vruby a trhliny, nestabilní lom*. 1. vyd. Ostrava : Vysoká škola báňská, 1993. 106 s. ISBN 80-7078-218-8.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

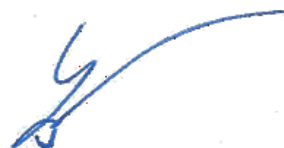
Vedoucí diplomové práce: **Ing. Zdeněk Poruba, Ph.D.**

Datum zadání: 14.12.2012

Datum odevzdání: 20.05.2013



doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.
vedoucí katedry



doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 20. Května 2013....

podpis studenta

Prohlašuji že,

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své diplomové práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 20. Května 2013

podpis studenta

Jméno a příjmení autora práce:

Bc. Martin HANÁK

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Na Veselé 2262, 738 01 Frýdek-Místek

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

HANÁK, M., *Návrh geometrie stolu zvedací plošiny: diplomová práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, 2013, 99 s. Vedoucí práce: Poruba, Z.

Diplomová práce se zabývá návrhem geometrie stolu zvedací plošiny. Teoretická část se zabývá parametrickou studií vlivu rozmístění podpor u staticky neurčitého nosníku, na jejímž základě bude definováno vhodné rozmístění podpor.

Cílem práce je celkový návrh geometrie stolu zvedací plošiny. Bylo navrženo několik typů zvedací plošiny včetně návrhu jednotlivých průřezů při kladených požadavcích na stůl zvedací plošiny, kterými byly jak nosnost 15t působících od samotného zatížení a 1,8t působících od výdřevy stolu zvedací plošiny, tak na to aby vlastní frekvence byly vyšší než 12Hz při co nejlehčí hmotnosti plošiny. Z těchto návrhů bylo vybráno optimální řešení. Tento návrh byl podroben modální analýze pro zjištění dané nejnižší frekvence s následnou pevnostní statickou analýzou. Na závěr byl vytvořen sestavný výkres nejlepšího návrhu geometrie stolu zvedací plošiny.

ANNOTATION OF THE DIPLOMA THESIS

HANÁK, M., *Table Design of Lifting Platform: Master Thesis*. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of mechanic, 2013, 99s. Thesis head: Poruba, Z.

This thesis deals with the design geometry table lifting platform. The theoretical part deals with parametric studies of the impact of deployment support for statically indeterminate beam, on the basis of which will be defined by the appropriate deployment support.

The goal is the overall design geometry table lifting platform. It has been suggested several types of scissor lifts including the design of individual sections imposed requirements on the table, lifting platforms, which were acting as load 15 tons from the actual load and 1.8 tons from timbering operating table lifting rigs to natural frequencies that were higher than 12Hz at what lightest weight plateau. Of these proposals were selected optimal solution. This proposal was subject to a modal analysis to determine the lowest frequency with subsequent static strength analysis. At the end of the plan was created by the best design geometry table lifting platform.

Chtěl bych poděkovat vedoucímu své diplomové práce, Ing. Zdeňku Porubovi Ph.D, za rady, připomínky a za čas, který mi věnoval, za vedení pro zpracování tohoto zajímavého tématu mé diplomové práce.

Obsah

Seznam použitých značek a symbolů	11
Úvod.....	13
1. Analýza a určení rozmístění podpor.....	14
1.1 Deformace při ohybu	14
1.2 Diferenciální rovnice průhybové čáry.....	17
1.3 Analytická metoda řešení deformací nosníku	19
1.4 Deformační energie při prostém ohybu.....	20
1.5 Castiglianova věta	22
1.6 Aplikace analytické metody	25
1.7 Určení rozmístění podpor stolu zvedací plošiny	41
2. Návrh konstrukcí stolu zvedací plošiny	45
2.1 Varianta č. 1	45
2.2 Varianta č. 2	46
2.3 Varianta č. 3	46
2.4 Varianta č. 4	47
2.5 Varianta č. 5	47
2.6 Varianta č. 6	48
2.7 Výběr optimální varianty	48
3. Model stolu zvedací plošiny.....	49
3.1 Geometrický model.....	50
3.2 Diskretizace modelu.....	54
3.3 Materiálové vlastnosti	56
3.4 Okrajové podmínky.....	56
3.5 Modální analýza	57
3.6 Zatížení.....	61
3.7 Aplikace symetrie	61
3.8 Pevnostní analýza.....	63
3.9 Shrnutí dosažených výsledků.....	65
Seznam použité literatury.....	68
Závěr	69
Přílohy	70

4.1 Rozmístění podpor (mm)	70
4.2 M-file pro vytvoření 3D grafu závislosti průhybu na rozmístění podpor	90
4.3 Posunutí konstrukce stolu zvedací plošiny a průběh napětí.....	91
4.3.1 Varianta č. 1	91
4.3.2 Varianta č. 2	92
4.3.3 Varianta č. 3	94
4.3.4 Varianta č. 4	95
4.3.5 Varianta č. 5	96
4.3.6 Varianta č. 6	98

Seznam použitých značek a symbolů

Malá písmena latinské abecedy		
Označení	Jednotka	Popis významu
a	mm	Vzdálenost Kořeny kvadratické rovnice
b	mm	Vzdálenost
f	Hz	Frekvence
i		Působíště vnější síly
l	mm	délka
k	-	Třída kombinace
n	-	Počet prvků bez opakování
$n_{1,2}$	-	Počet prvků ve skupině
q	$\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$	Spojité zatížení
r	mm	Poloměr křivosti
s	mm	Délka ohybové křivky
u	mm	posunutí
w	mm	Průhyb
w_x	mm	Vodorovné přemístění
x	mm	Vzdálenost Kořeny kvadratické rovnice
y	mm	Vzdálenost
z	mm	Vzdálenost

Tabulka 1 - malá písmena latinské abecedy

Velká písmena latinské abecedy		
Označení	Jednotka	Popis významu
A	J	Přetvárná práce
C	-	Celkový počet kombinací
$C_{1,2}$	N	Integrační konstanty
C_k	-	Počet kombinací bez opakování
E	MPa	Youngův modul pružnosti v tahu
F	N	Síla
I_y	mm^4	Moment setrvačnosti plochy průřezu
L	mm	délka
M	$\text{N}\cdot\text{mm}$	Ohybový moment

M_A	N·mm	Ohybový moment provozního zatížení Ohybový moment v místě A
M_B	N·mm	Ohybový moment v místě B
$M_{L/2}$	N·mm	Ohybový moment v polovině délky
M_Z	N·mm	Ohybový moment v místě z
R_{Ax}	N	Vodorovná reakce v místě A
R_{Ay}	N	Svislá reakce v místě A
R_{Bx}	N	Vodorovná reakce v místě B
R_{By}	N	Svislá reakce v místě B
S	Mm^2	Průřez
U	J	Deformační energie

Tabulka 2 - velká písmena latinské abecedy

Písmena řecké abecedy		
Označení	Jednotka	Popis významu
λ	$\text{J}\cdot\text{mm}^{-3}$	Hustota deformační energie
φ	°	Úhel
ε	-	Poměrná deformace
μ	-	Poissonova konstanta
σ_A	MPa	Ohybové napětí

Tabulka 3 - malá písmena řecké abecedy

Úvod

Tato práce se zabývá návrhem konstrukce stolu zvedací plošiny. Tyto plošiny mají v praxi četné uplatnění. V průmyslových oborech slouží pro zvedání materiálu, polotovarů či již hotových výrobků, neboť dochází-li k opakovanému zvedání břemen, hrozí mimo nízké produktivity také únava zaměstnanců a v konečném důsledku zdravotní potíže, jakými mohou být například bolesti zad. Mimo průmyslových oborů najdou neocenitelné uplatnění v kulturním odvětví. Se zvedacími plošinami se můžeme setkat na koncertech či v divadlech. Menší verze se mohou vyskytovat například v nemocnicích.

Nespornou výhodou je univerzálnost zvedacích plošin, kdy lze tyto vybavit spousty doplňky, jako například speciálními upínacími prostředky, systém na zajištění naklonění plošiny. Jsou zhotovovány jak stacionární modely, tak mobilní.

Všechny druhy plošin jsou konstruovány tak, aby umožňovali plynulou regulaci výšky. S vhodnou kombinací zvedacího systému může být výškový rozsah takřka „neomezený“, respektive s minimálními omezeními. V této práci bude uvažován zvedací systém pomoci erektivních řetězů. Bude použit systém LinkLift 50 s nosností 15 000 N, těchto podpor bude použito 8 kusů celková nosnost zvedacího systému je tedy 120 000 N. Nespornou výhodou je široký rozsah pracovních výšek, který tento systém umožňuje. Jediným omezením je v podstatě velikost „zásobníku“ na řetěz, který je v přímém stavu uložen pod konstrukcí stolu zvedací plošiny, čím tedy chceme dosáhnout větší výšky, tím je zapotřebí i více místa pro skladování řetězu. Při zvedání břemene dochází k vysunování řetězu ze „zásobníku“, ten se pomoci speciálního mechanismu otočí o 90° do vertikální polohy. Díky důmyslné konstrukci řetězu LinkLift 50 dojde po pootočení do svislé pozice k aretaci pomoci speciálně umístěných „zámků“, tím je zajištěno, že při přenášení tlakového zatížení nedojde ke ztrátě stability tvaru erektivního řetězu.

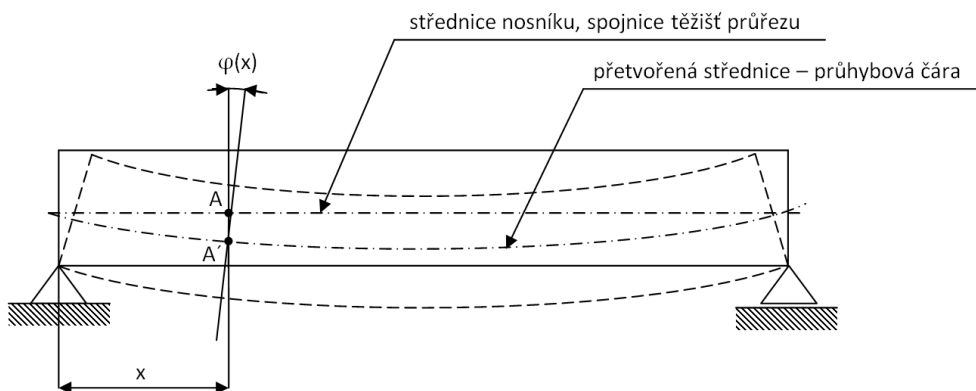
Po zvolení vhodné varianty návrhu konstrukce stolu bude provedena modální analýza za účelem zjištění vlastních frekvencí a tvarů dané konstrukce. Dále bude vybraný návrh podroben pevnostní a tuhostní kontrole.

1. Analýza a určení rozmístění podpor

Nosníkem nazýváme prut, který je namáhán ohybem. Rovina všech zatěžujících sil a silových dvojic obsahuje podélnou osu nosníku. Střednice se pod vlivem zatěžujících sil a silových dvojic přetvoří v rovinnou křivku, kterou nazýváme ohybová čára. Při rovinném ohybu leží ohybová čára v rovině působících sil a silových dvojic. Pokud je počet podmínek rovnováhy shodný s počtem neznámých statických účinků, hovoříme o staticky určeném nosníku, není-li tato podmínka splněna, tedy je-li počet podmínek rovnováhy menší než počet neznámých statických účinků, hovoříme o staticky neurčeném nosníku.

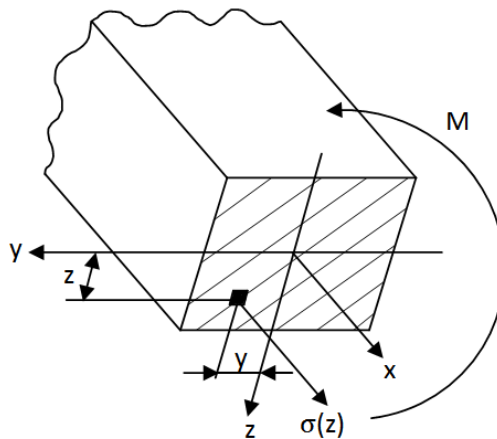
1.1 Deformace při ohybu

Svislé přemístění bodu na střednici se nazývá průhyb. Na obrázku 1 se jedná o svislé přemístění bodu A do bodu A'. Průřezy po deformaci zůstanou kolmé k přetvořené střednici, natočí se o úhel natočení $\varphi(x)$.



Obrázek 1 - deformace nosníku

Podmínky rovnováhy při prostém rovinném ohybu (obrázek 2):



Obrázek 2 - podmínky rovnováhy

V průřezu nepůsobí žádná výsledná normálová síla:

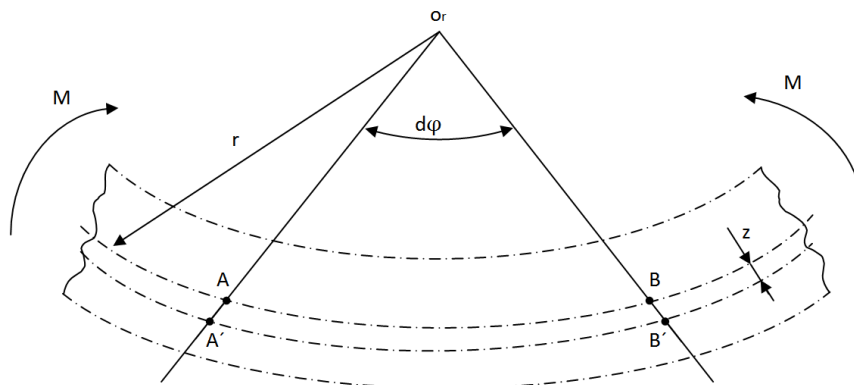
$$\int_S \sigma_A \cdot dS = 0 \quad (1.1)$$

Elementární síly přenášené myšleným řezem musí být staticky ekvivalentní k silové dvojici – ohybovému momentu M :

$$\int_S z \cdot \sigma(z) \cdot dS = M \quad (1.2)$$

Kolem osy z moment nepůsobí:

$$\int_S y \cdot \sigma(z) \cdot dS = 0 \quad (1.3)$$



Obrázek 3 – geometrické podmínky deformaci při ohybu

Pro poměrné prodloužení vlákna ve vzdálenosti z od neutrální osy (obrázek 3) platí:

$$\varepsilon(z) = \frac{\overline{A'B'} - \overline{AB}}{\overline{AB}} \quad (1.4)$$

$$\varepsilon(z) = \frac{(r+z) \cdot d\varphi - r \cdot d\varphi}{r \cdot d\varphi} \quad (1.5)$$

$$\varepsilon(z) = \frac{r}{z} \quad (1.6)$$

Podle výše uvedených předpokladů se jedná o jednoosou napjatost a lze tedy psát:

$$\sigma(z) = E \cdot \varepsilon(z) \quad (1.7)$$

Kde E je Youngův modul pružnosti v tahu.

Dosazením rovnice (1.6) do rovnice (1.7) dostaneme vztah:

$$\sigma(z) = \frac{E}{r} \cdot z \quad (1.8)$$

Dosadíme-li tuto rovnici do rovnice (1.1):

$$\frac{E}{r} \cdot \int_S z^2 \cdot dS = M \quad (1.9)$$

dostáváme moment setrvačnosti plochy průřezu k neutrální ose:

$$\int_S z^2 \cdot dS = I_y \quad (1.10)$$

takže dostáváme rovnici ve tvaru:

$$\frac{E}{r} \cdot I_y = M \quad (1.11)$$

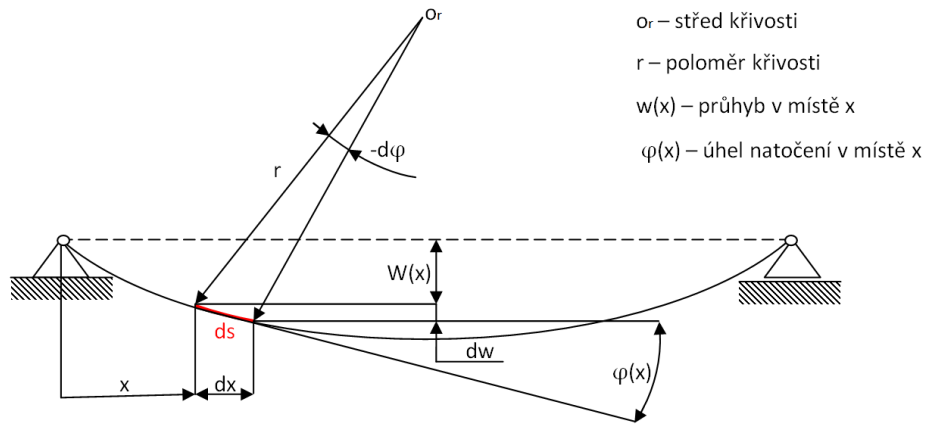
Z tohoto vyplývá rovnice pro křivost nosníku:

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E \cdot I_y} \quad (1.12)$$

dosadíme-li rovnici (1.12) do rovnice (1.8) dostáváme výraz:

$$\sigma(z) = \frac{M}{I_y} \cdot z \quad (1.13)$$

1.2 Diferenciální rovnice průhybové čáry



Obrázek 4 - deformace průhybové čáry

Vyjdeme z obrázku 4:

$$ds = r \cdot (-d\varphi) \quad (1.14)$$

$$\frac{1}{r} = -\frac{d\varphi}{ds} \quad (1.15)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dw}{dx} \quad (1.16)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = w' \quad (1.17)$$

Z toho plyne:

$$\varphi = \operatorname{arctg} w' \quad (1.18)$$

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{d\varphi}{dx} \cdot \frac{dx}{ds} \quad (1.19)$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = (\operatorname{arctg} w')' \quad (1.20)$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{1 + (w')^2} \cdot w'' \quad (1.21)$$

$$\frac{dx}{ds} = \frac{1}{\sqrt{1 + (w')^2}} \quad (1.22)$$

$$ds = \sqrt{dx^2 + dw^2} \quad (1.23)$$

$$ds = dx \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2} \quad (1.24)$$

$$ds = dx \cdot \sqrt{1 + (w')^2} \quad (1.25)$$

Dosadíme-li rovnice (1.22) a (1.26) do rovnice (1.19) dostaneme výraz:

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{1}{1 + (w')^2} \cdot w' \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (w')^2}} \quad (1.26)$$

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{w''}{\sqrt{[1 + (w')^2]^3}} \quad (1.27)$$

Srovnáme-li rovnice (1.15) a (1.27) dostáváme:

$$\frac{w''(x)}{\sqrt{\{1 + [w'(x)]^2\}^3}} = -\frac{1}{r} \quad (1.28)$$

Dalším srovnáním rovnic (1.28) a (1.12) dostáváme rovnici:

$$\frac{w''(x)}{\sqrt{\{1 + [w'(x)]^2\}^3}} = -\frac{M}{E \cdot I_y} \quad (1.29)$$

Uvažujeme-li malé deformace, lze při nízkých hodnotách průhybu (dle norem 0,01 až 0,001) je možno uvažovat, že tangenta takto malého úhlu je přímo rovna samotnému úhlu $\varphi(x)$:

$$\frac{dw}{dx} = w' \quad (1.30)$$

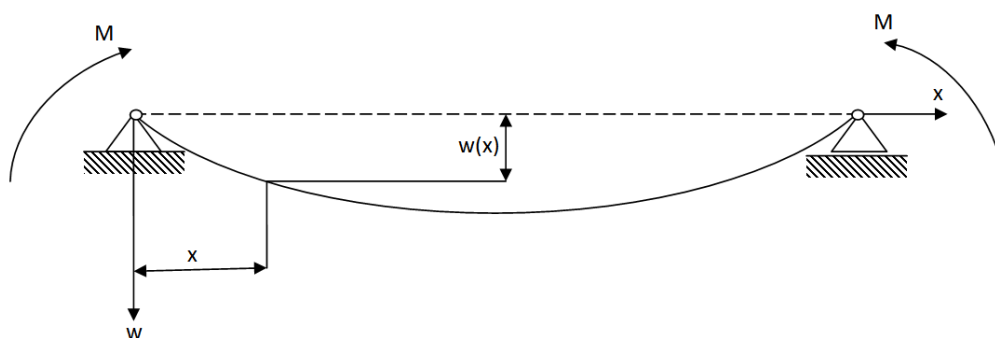
$$w' = \operatorname{tg} \varphi \quad (1.31)$$

$$w' \cong \varphi \quad (1.32)$$

Při malých uhlech natočení lze člen $(w')^2$ zanedbat proti 1, můžeme pak tedy psát diferenciální rovnici průhybové čáry:

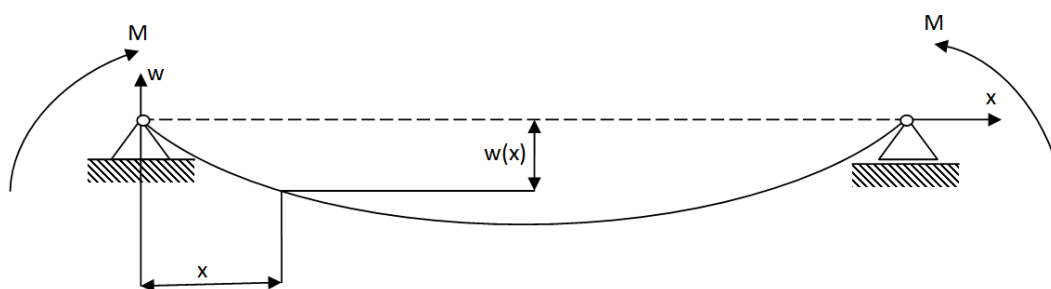
$$w''(x) = -\frac{M(x)}{E \cdot I_y} \quad (1.33)$$

Poznámka: aby rovnice (1.33) byla platná, je zapotřebí dodržet znaménkovou konvekci (viz obrázek 5 a obrázek 6):



Obrázek 5 – určení znaménkové konvence

$$w''(x) = \frac{M(x)}{E \cdot I_y} \quad (1.34)$$



Obrázek 6 – určení znaménkové konvence

$$w''(x) = \frac{M(x)}{E \cdot I_y} \quad (1.35)$$

1.3 Analytická metoda řešení deformací nosníku

Princip analytické metody spočívá v postupné integraci diferenciální rovnice průhybové čáry (1.33).

První integrací získáme vztah pro úhel natočení:

$$w'(x) = \varphi(x) \quad (1.36)$$

$$\varphi(x) = - \int_L \frac{M(x)}{E \cdot I_y} \cdot dx + C_1 \quad (1.37)$$

Opětovnou integrací získáme rovnici průhybové čáry:

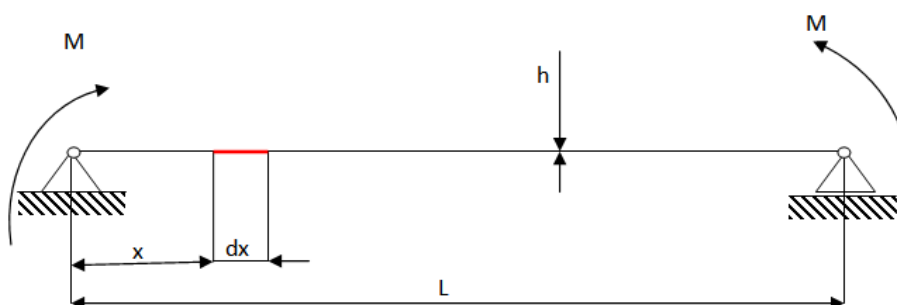
$$w(x) = \int_L \left[-\frac{M(x)}{E \cdot I_y} \cdot dx \right] \cdot dx + C_1 \cdot x + C_2 \quad (1.38)$$

Integrační konstanty C_1 a C_2 se určí z okrajových podmínek dané konkrétní úlohy

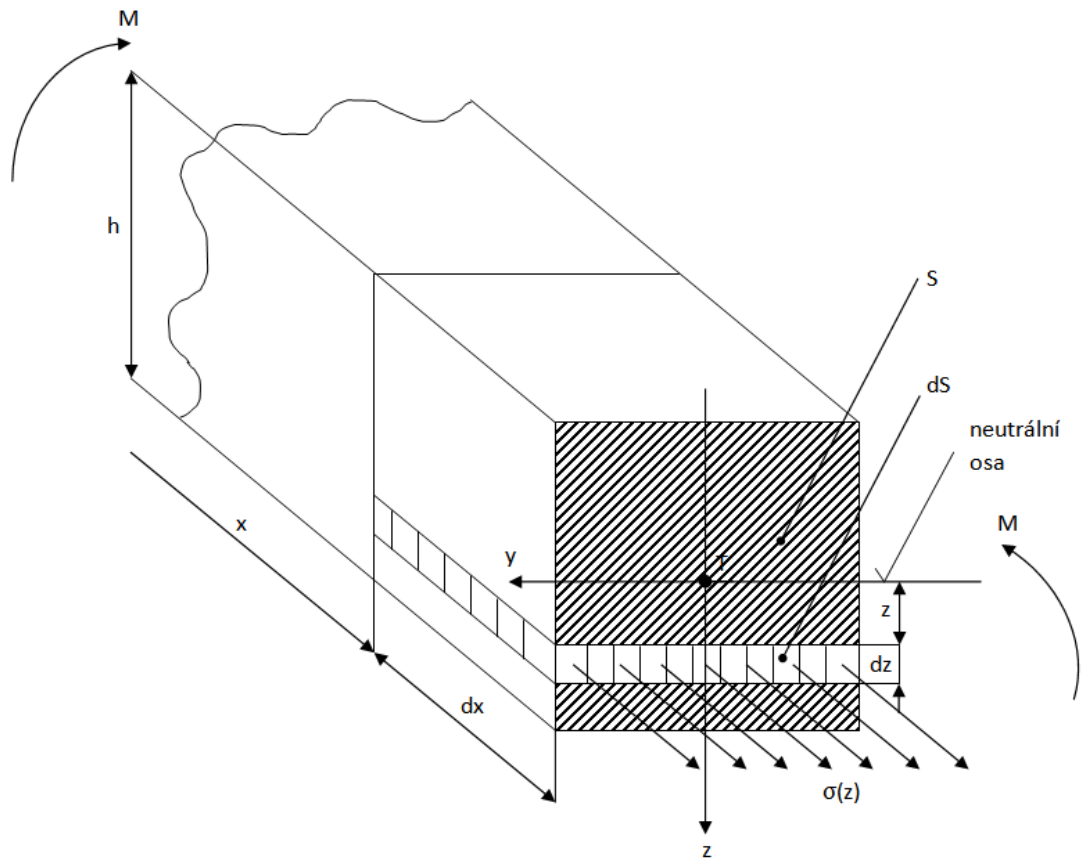
1.4 Deformační energie při prostém ohybu

Těleso zatížené vnějšími silami (obrázek 7) se podrobuje deformaci. Předpokládáme-li pružné deformace, tak tyto vnější síly konají přetvárnou práci A . Tato přetvárná práce A se mění v deformační energii U . V podstatě se jedná o potenciální energii, která se jakmile přestanou působit vnější zátěžné síly, opět může změnit v práci A . Jestliže se vnější zátěžné síly zvětšují pozvolna, můžeme ztrátu kinetických energií a ztrátu teplem zanedbat, můžeme tedy psát

$$U = A \quad (1.39)$$



Obrázek 7 - nosník zatížený prostým ohybem



Obrázek 8 - myšlený řez zatíženého nosníku

Hustotu deformační energie spočítáme pomocí vztahu:

$$\lambda = \frac{U}{V} \quad (1.40)$$

$$\lambda = \frac{\sigma(z)^2}{2 \cdot E} \quad (1.41)$$

Jednoduchou úpravou dostaneme výraz pro deformační energii:

$$U = \lambda \cdot V \quad (1.42)$$

$$U = \frac{\sigma^2}{2 \cdot E} \cdot V \quad (1.43)$$

Hustota deformační energie ve vyšetřované oblasti dS (obrázek 8):

$$dU = \frac{\sigma^2}{2 \cdot E} \cdot dV \quad (1.44)$$

$$dU = \frac{\sigma^2}{2 \cdot E} \cdot dS \cdot dx \quad (1.45)$$

$$dU = \left(\int_S \frac{\sigma^2(z)}{2 \cdot E} \cdot dS \right) \cdot dx \quad (1.46)$$

dosadíme-li do rovnice (1.46) rovnici (1.13) dostaneme:

$$dU = \left(\int_S \frac{M^2 \cdot z^2}{2 \cdot E \cdot I_y^2} \cdot dS \right) \cdot dx \quad (1.47)$$

Vytkneme-li před integrál konstanty, dostáváme rovnici (1.47) ve tvaru:

$$dU = \frac{M^2}{2 \cdot E \cdot I_y^2} \cdot dx \cdot \int_S z^2 \cdot dS \quad (1.48)$$

$$dU = \frac{M^2}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot dx \quad (1.49)$$

Deformační energie v celé délce nosníku:

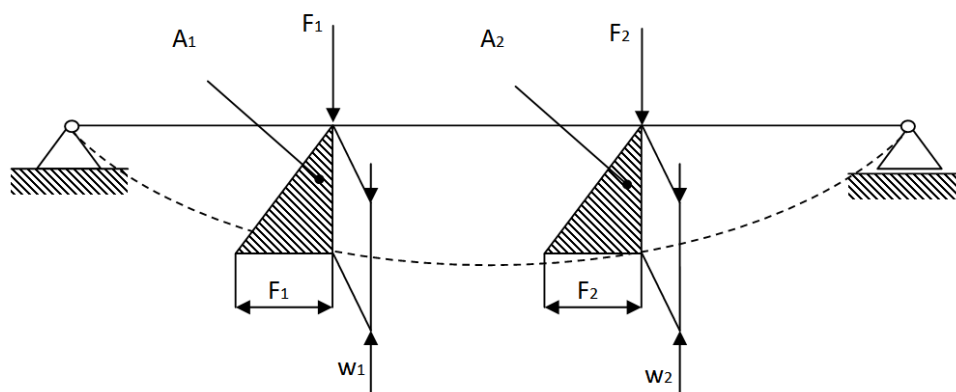
$$U = \int_l \frac{M^2(x)}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot dx \quad (1.50)$$

Předpokládáme-li konstantní průřez nosníku a prostý ohyb nosníku, můžeme psát:

$$U = \frac{M^2 \cdot l}{2 \cdot E \cdot I_y} \quad (1.51)$$

1.5 Castiglianova věta

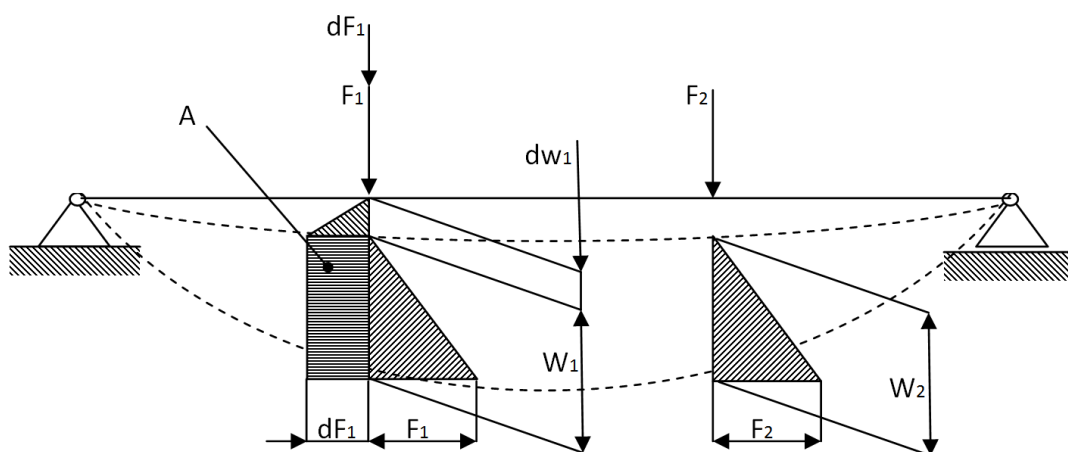
Patří mezi základní energetické principy mechaniky. Chápeme ji jako vyjádření deformační energie U v závislosti na vnějším zátěžném stavu. Provedeme-li pak její parciální derivaci podle vnější síly F_i , dostaneme hodnotu posunutí w_i v bodě i . Bod i je působiště síly F_i . Provedeme-li pak parciální derivaci podle momentu silové dvojice M_i , dostaneme hodnotu úhlu natočení φ_i v bodě i . Bod i je působiště momentu silové dvojice M_i .



Obrázek 9 - nosník zatížený dvěma silami F_1 a F_2

Přetvárná práce vnějších sil F_1 a F_2 (obrázek 9):

$$A^I = \frac{1}{2} \cdot F_1 \cdot w_1 + \frac{1}{2} \cdot F_2 \cdot w_2 \quad (1.52)$$



Obrázek 10 Nosník zatížený silami $dF_1 + F_1$ a F_2

Přetvárná práce vnějších sil $dF_1 + F_1$ a F_2 (obrázek 10):

$$A^{II} = \frac{1}{2} \cdot dF_1 \cdot dw_1 + \frac{1}{2} \cdot F_1 \cdot w_1 + \frac{1}{2} \cdot F_2 \cdot w_2 + dF_1 \cdot w_1 \quad (1.53)$$

Přírůstek práce vnějších sil:

$$dA = A^{II} - A^I \quad (1.54)$$

$$dA = \frac{1}{2} \cdot dF_1 \cdot dw_1 + dF_1 \cdot w_1 \quad (1.55)$$

Jelikož:

$$\frac{1}{2} \cdot dF_1 \cdot w_1 = 0 \quad (1.56)$$

Můžeme tedy psát:

$$dA = dF_1 \cdot w_1 \quad (1.57)$$

Přírůstek deformační energie:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial F_1} \cdot dF_1 + \frac{\partial U}{\partial F_2} \cdot dF_2 \quad (1.58)$$

Jelikož se nemění velikost síly F_2 ($dF_2 = 0$), můžeme psát:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial F_1} \cdot dF_1 \quad (1.59)$$

Předpokládáme-li pružné deformace, tak vnější síly konají přetvárnou práci A . Tato přetvárná práce mění v deformační energii U :

$$A = U \quad (1.60)$$

Dosadíme-li z rovnice (1.60) do rovnice (1.59) získáme rovnici:

$$dF_1 \cdot w_1 = \frac{\partial U}{\partial F_1} \cdot dF_1$$

Pro průhyb tedy dostaneme vztah:

$$w_1 = \frac{\partial U}{\partial F_1} \quad (1.61)$$

Obecně tedy:

$$w_i = \frac{\partial U}{\partial F_i} \quad (1.62)$$

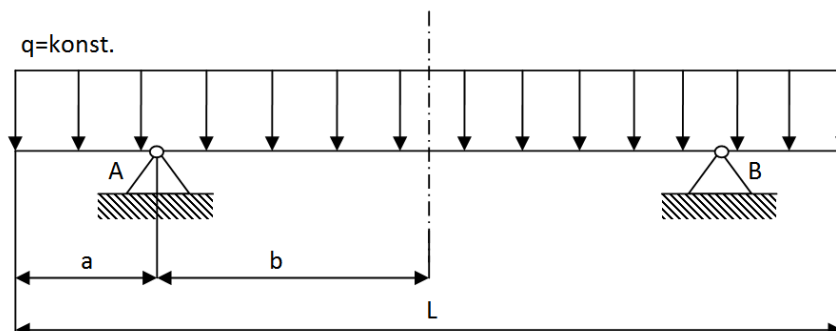
Analogicky můžeme psát výraz pro úhel natočení:

$$\varphi_i = \frac{\partial U}{\partial M_i} \quad (1.63)$$

Při řešení teoretické části bylo čerpáno z [9].

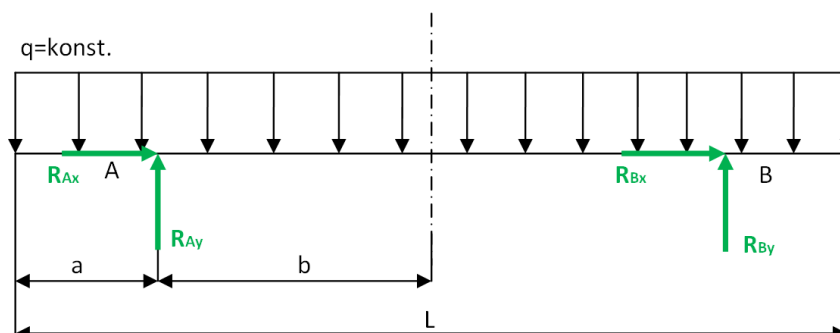
1.6 Aplikace analytické metody

Analytická metoda bude názorně předvedena na následujícím jednoduchém příkladě, viz obrázek 11:



Obrázek 11 - nosník zatížený spojitým zatížením

Ze všeho nejdříve uvolníme řešenou soustavu (obrázek 12):



Obrázek 12 - uvolnění řešené soustavy

Nyní sepíšeme podmínky rovnováhy:

$$\sum F_x = 0 \quad (1.64)$$

$$R_{Ax} + R_{Bx} = 0 \quad (1.65)$$

$$R_{Ax} = -R_{Bx} \quad (1.66)$$

$$\sum M_{iA} = 0 \quad (1.67)$$

$$R_{By} \cdot (L - 2 \cdot a) - q \cdot L \cdot b \quad (1.68)$$

$$R_{By} = \frac{q \cdot L \cdot b}{L - 2 \cdot a} \quad (1.69)$$

$$R_{By} = \frac{q \cdot 2 \cdot (a + b) \cdot b}{2 \cdot (a + b) - 2 \cdot a} \quad (1.70)$$

$$R_{By} = q \cdot (a + b) \quad (1.71)$$

$$\sum F_y = 0 \quad (1.72)$$

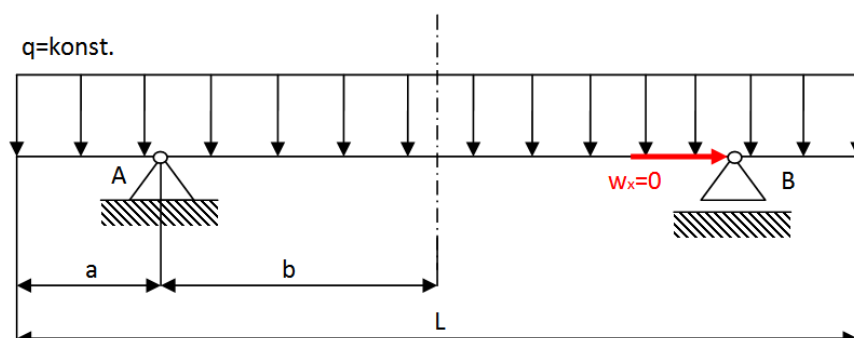
$$R_{Ay} + R_{By} - q \cdot L = 0 \quad (1.73)$$

$$R_{Ay} = -R_{By} + q \cdot L \quad (1.74)$$

$$R_{Ay} = -q \cdot (a + b) + q \cdot 2 \cdot (a + b) \quad (1.75)$$

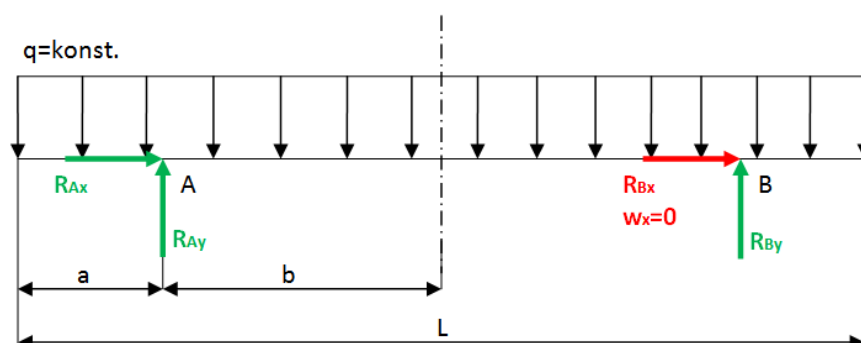
$$R_{Ay} = q \cdot (a + b) \quad (1.76)$$

Z podmínek rovnováhy vidíme, že máme čtyři neznámé, kterými jsou R_{Ax} , R_{Ay} , R_{Bx} , R_{By} zatímco máme k dispozici pouze tři podmínky rovnováhy. Řešená soustava je tedy jedenkrát staticky neurčitá, proto je zapotřebí tyto podmínky rovnováhy doplnit o deformační podmínku, tím pak soustavu převedeme na soustavu staticky určitou (obrázek 13):



Obrázek 13 – doplnění řešené soustavy o deformační podmínku

Nyní takto upravenou soustavu opět uvolníme (obrázek 14):



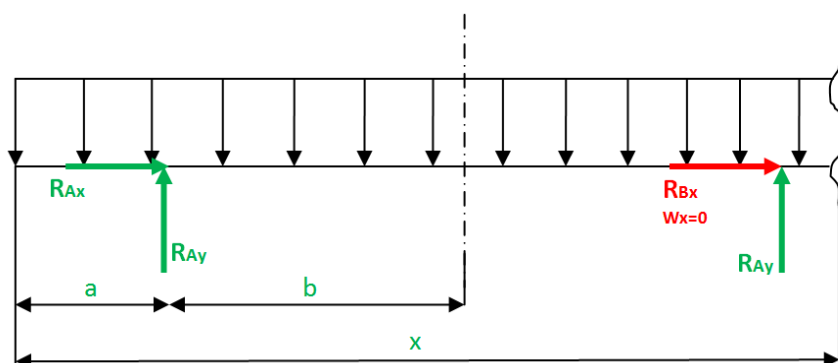
Obrázek 14 - uvolněná soustava doplněná o deformační podmínku

Podmínky rovnováhy doplníme o deformační podmínku:

$$w_x = \frac{\partial U}{\partial R_{Bx}} = 0 \quad (1.77)$$

Abychom mohli určit hodnotu deformační energie:

$$w_x = \frac{1}{E \cdot I_y} \cdot \int_S M(x) \cdot \frac{\partial M(x)}{\partial R_{Bx}} \cdot dx = 0 \quad (1.78)$$



Obrázek 15 – stanovení ohybového momentu v místě x

Stanovení ohybového momentu $M(x)$ viz obrázek 15:

$$M(x) = q \cdot \frac{x^2}{2} - R_{By} \cdot (x - a - 2 \cdot b) - R_{Ay} \cdot (x - a) \quad (1.79)$$

Dosadíme-li do rovnice (1.79) rovnici (1.711) a rovnici (1.76) dostaneme:

$$M(x) = q \cdot \frac{x^2}{2} - q \cdot (a + b) \cdot (x - a - 2 \cdot b) - q \cdot (a + b) \cdot (x - a) \quad (1.80)$$

Provedeme-li parciální derivaci ohybového moment $M(x)$ podle R_{Bx} dostaneme:

$$\frac{\partial M(x)}{\partial R_{Bx}} = 0 \quad (1.81)$$

Dosadíme-li rovnici (1.81) a rovnici (1.80) do rovnice (1.78) dostaneme:

$$w_x = \frac{1}{E \cdot I_y} \cdot \int_s q \cdot \frac{x^2}{2} - q \cdot (a + b) \cdot (x - a - 2 \cdot b) - q \cdot (a + b) \cdot (x - a) \cdot 0 \cdot dx \quad (1.82)$$

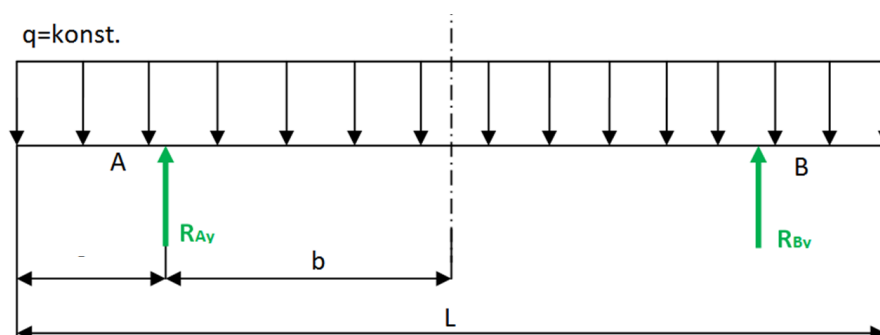
Z čehož vyplývá:

$$0 = 0 \quad (1.83)$$

Což nám potvrzuje, že ve směru x nepůsobí žádná vnější síla.

K řešení diferenciální rovnice průhybové čáry použijeme Clebschovu metodu.

Po vyřešení reakcí jsme dostali takovou soustavu (obrázek 16):



Obrázek 16 - řešená soustava se zakreslenými reakcemi

Stanovení ohybového momentu:

$$M(x) = -\frac{q \cdot x^2}{2} + \begin{cases} R_{Ay} \cdot (x - a) & | \\ R_{By} \cdot (x - a - 2 \cdot b) & | \end{cases} \quad (1.84)$$

$$w''(x) = -\frac{M(x)}{E \cdot I_y} \quad (1.85)$$

$$w''(x) = \frac{1}{E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{q \cdot x^2}{2} - \left| R_{Ay} \cdot (x - a) \right|_{x > a} - \left| R_{By} \cdot (x - a - 2 \cdot b) \right|_{x > a + 2 \cdot b} \right] \quad (1.86)$$

$$w'(x) = \frac{1}{E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{q \cdot x^3}{6} - \left| R_{Ay} \cdot \frac{(x - a)^2}{2} \right|_{x > a} - \left| R_{By} \cdot \frac{(x - a - 2 \cdot b)^2}{2} \right|_{x > a + 2 \cdot b} + C_1 \right] \quad (1.87)$$

$$w(x) = \frac{1}{E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{q \cdot x^4}{24} - \left| R_{Ay} \cdot \frac{(x - a)^3}{6} \right|_{x > a} - \left| R_{By} \cdot \frac{(x - a - 2 \cdot b)^3}{6} \right|_{x > a + 2 \cdot b} + C_1 \cdot x + C_2 \right] \quad (1.88)$$

okrajové podmínky:

$$x = a \quad (1.89)$$

$$w(a) = 0 \quad (1.90)$$

$$0 = \frac{q \cdot a^4}{24} + C_1 \cdot a + C_2 \quad (1.91)$$

$$C_2 = -\frac{q \cdot a^4}{24} - C_1 \cdot a \quad (1.92)$$

$$x = a + b \quad (1.93)$$

$$w(a + b) = 0 \quad (1.94)$$

$$0 = q \cdot \frac{(a + 2 \cdot b)^4}{24} - R_A \cdot \frac{(2 \cdot b)^3}{6} + C_1 \cdot (a + 2 \cdot b) + C_2 \quad (1.95)$$

$$0 = q \cdot \frac{(a + 2 \cdot b)^4}{24} - R_A \cdot \frac{(2 \cdot b)^3}{6} + C_1 \cdot (a + 2 \cdot b) - \frac{q \cdot a^4}{24} - C_1 \cdot a \quad (1.96)$$

$$C_1 = \frac{-q \cdot \frac{(a + 2 \cdot b)^4}{24} + R_A \cdot \frac{(2 \cdot b)^3}{6} + q \cdot \frac{a^4}{24}}{2 \cdot b} \quad (1.97)$$

$$C_2 = -\frac{q \cdot a^4}{24} - \frac{-q \cdot \frac{(a + 2 \cdot b)^4}{24} + R_A \cdot \frac{(2 \cdot b)^3}{6} + q \cdot \frac{a^4}{24}}{2 \cdot b} \cdot a \quad (1.98)$$

$$w(x) = \frac{1}{E \cdot I_y} \cdot \left[\begin{aligned} & \left. \frac{q \cdot x^4}{24} - R_{Ay} \cdot \frac{(x - a)^3}{6} - R_{By} \cdot \frac{(x - a - 2 \cdot b)^3}{6} \right|_{x > a} \left|_{x > a + 2 \cdot b} \right. \\ & + \frac{-q \cdot \frac{(a + 2 \cdot b)^4}{24} + R_A \cdot \frac{(2 \cdot b)^3}{6} + q \cdot \frac{a^4}{24}}{2 \cdot b} \cdot x - \frac{q \cdot a^4}{24} \\ & \left. - \frac{-q \cdot \frac{(a + 2 \cdot b)^4}{24} + R_A \cdot \frac{(2 \cdot b)^3}{6} + q \cdot \frac{a^4}{24}}{2 \cdot b} \cdot a \right] \quad (1.99) \end{aligned}$$

pro tento konkrétní příklad je dáno:

rozměry:

$$a = 200 \text{ mm} \quad (1.100)$$

$$b = 300 \text{ mm} \quad (1.101)$$

$$L = 1000 \text{ mm} \quad (1.102)$$

průřez:

TYČ ČTVERCOVÁ 10 Z – ČSN 42 5520.20

$$I_y = \frac{A^4}{12} \quad (1.103)$$

$$I_y = \frac{10^4}{12} \quad (1.104)$$

$$I_y = 833,333 \text{ mm}^4 \quad (1.105)$$

spojité zatížení:

$$q = 1 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad (1.106)$$

materiál:

ocel

$$E = 210\,000 \text{ mm} \quad (1.107)$$

$$\mu = 0,3 \quad (1.108)$$

průhyb uprostřed:

$$w(a+b) = \frac{1}{E \cdot I_y} \quad (1.109)$$

$$\cdot \left[\frac{q \cdot (a+b)^4}{24} - R_{Ay} \cdot \frac{b^3}{6} \right. \\ + \frac{-q \cdot \frac{(a+2 \cdot b)^4}{24} + R_A \cdot \frac{(2 \cdot b)^3}{6} + q \cdot \frac{a^4}{24}}{2 \cdot b} \cdot (a+b) - \frac{q \cdot a^4}{24} \\ \left. - \frac{-q \cdot \frac{(a+2 \cdot b)^4}{24} + R_A \cdot \frac{(2 \cdot b)^3}{6} + q \cdot \frac{a^4}{24}}{2 \cdot b} \cdot a \right]$$

$$\begin{aligned}
 w(a+b) = & \frac{1}{E \cdot I_y} \\
 & \cdot \left[\frac{q \cdot (a+b)^4}{24} - q \cdot (a+b) \cdot \frac{b^3}{6} \right. \\
 & + \frac{-q \cdot \frac{(a+2 \cdot b)^4}{24} + q \cdot (a+b) \cdot \frac{(2 \cdot b)^3}{6} + q \cdot \frac{a^4}{24}}{2 \cdot b} \cdot (a+b) \\
 & - \frac{q \cdot a^4}{24} - \frac{-q \cdot \frac{(a+2 \cdot b)^4}{24} + q \cdot (a+b) \cdot \frac{(2 \cdot b)^3}{6} + q \cdot \frac{a^4}{24}}{2 \cdot b} \\
 & \left. \cdot a \right]
 \end{aligned} \tag{1.110}$$

$$\begin{aligned}
 w(a+b) = & \frac{q}{E \cdot I_y} \\
 & \cdot \left[\frac{(a+b)^4}{24} - (a+b) \cdot \frac{b^3}{6} \right. \\
 & + \frac{-\frac{(a+2 \cdot b)^4}{24} + (a+b) \cdot \frac{(2 \cdot b)^3}{6} + \frac{a^4}{24}}{2 \cdot b} \cdot (a+b) - \frac{a^4}{24} \\
 & \left. - \frac{-\frac{(a+2 \cdot b)^4}{24} + (a+b) \cdot \frac{(2 \cdot b)^3}{6} + \frac{a^4}{24}}{2 \cdot b} \cdot a \right]
 \end{aligned} \tag{1.111}$$

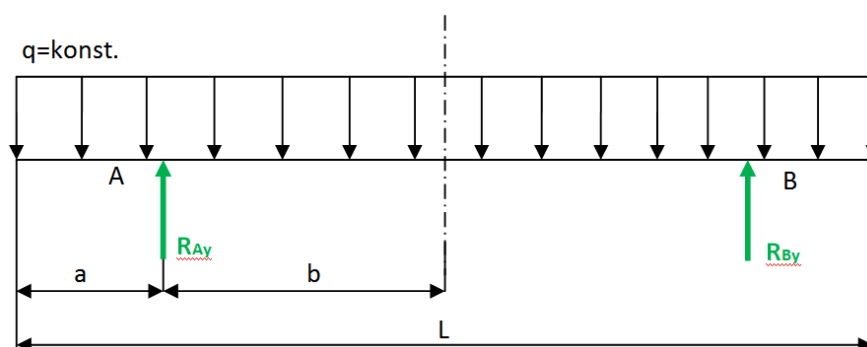
$$\begin{aligned}
 w(a+b) = & \frac{q}{E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{(200+300)^4}{24} - (200+300) \cdot \frac{300^3}{6} \right. \\
 & + \frac{-\frac{(200+2 \cdot 300)^4}{24} + (200+300) \cdot \frac{(2 \cdot 300)^3}{6} + \frac{200^4}{24}}{600} \\
 & \cdot (200+300) - \frac{200^4}{24} \\
 & \left. - \frac{-\frac{(200+2 \cdot 300)^4}{24} + (200+300) \cdot \frac{(2 \cdot 300)^3}{6} + \frac{200^4}{24}}{600} \right] \\
 & \cdot 200
 \end{aligned} \tag{1.112}$$

$$w(a+b) = \frac{q}{E \cdot I_y} \cdot 787\,500\,000 \tag{1.113}$$

$$w(a+b) = \frac{1}{210\,000 \cdot 833,333} \cdot 787\,500\,000 \tag{1.114}$$

$$w(a+b) = 4,5 \text{ mm} \tag{1.115}$$

provedeme kontrolu pomocí silové metody, zadání totožné s předchozím (obrázek 17):



Obrázek 17 - řešená soustava se zakreslenými reakcemi

U štíhlých nosníků obvykle platí, že vliv působení ohybového momentu na průhyb je mnohonásobně větší než vliv posouvajících sil, který tedy můžeme zanedbat.

Ohybový moment pro provozní zatížení:

$$M_A = -q \cdot \frac{a^2}{2} \quad (1.116)$$

$$M_A = -1 \cdot \frac{200^2}{2} \quad (1.117)$$

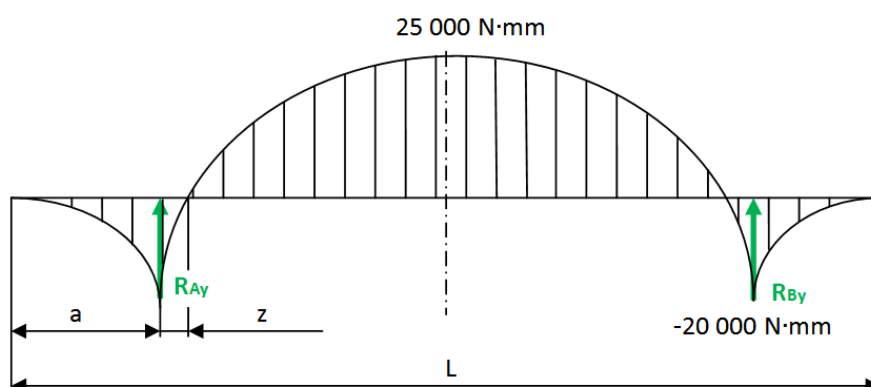
$$M_A = -20\,000 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad (1.118)$$

$$M_{\frac{L}{2}} = R_a \cdot b - q \cdot \frac{L^2}{8} \quad (1.119)$$

$$M_{\frac{L}{2}} = q \cdot b \cdot (a + b) - q \cdot \frac{L^2}{8} \quad (1.120)$$

$$M_{\frac{L}{2}} = 1 \cdot 300 \cdot (200 + 300) - 1 \cdot \frac{1000^2}{8} \quad (1.121)$$

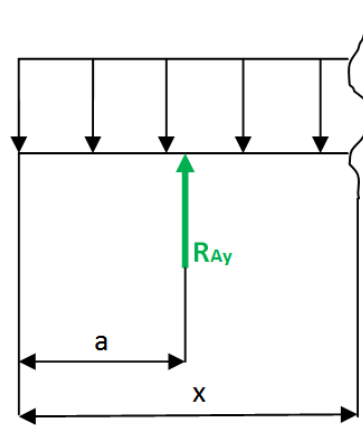
$$M_{\frac{L}{2}} = 25\,000 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad (1.122)$$



Obrázek 18 - ohybový moment od provozního zatížení

Pro výpočet je nutno znát velikost kóty z (obrázek 18), musíme tedy najít průsečík s vodorovnou osou x , tedy:

$$M_z = 0 \quad (1.123)$$

Obrázek 19 - stanovení ohybového momentu M_z

Pro stanovení ohybového momentu M_z vyjdeme z obrázku 19:

$$M_z = R_A \cdot (x - a) - q \cdot \frac{x^2}{2} \quad (1.124)$$

$$M_z = R_A \cdot x - R_A \cdot a - q \cdot \frac{x^2}{2} \quad (1.125)$$

$$M_z = q \cdot (a + b) \cdot x - q \cdot (a + b) \cdot a - q \cdot \frac{x^2}{2} \quad (1.126)$$

$$0 = q \cdot (a + b) \cdot x - q \cdot (a + b) \cdot a - q \cdot \frac{x^2}{2} \quad (1.127)$$

Po vyřešení kvadratické rovnice dostáváme dva kořeny x_1 a x_2 .

$$x_1 = 276,393 \text{ mm} \quad (1.128)$$

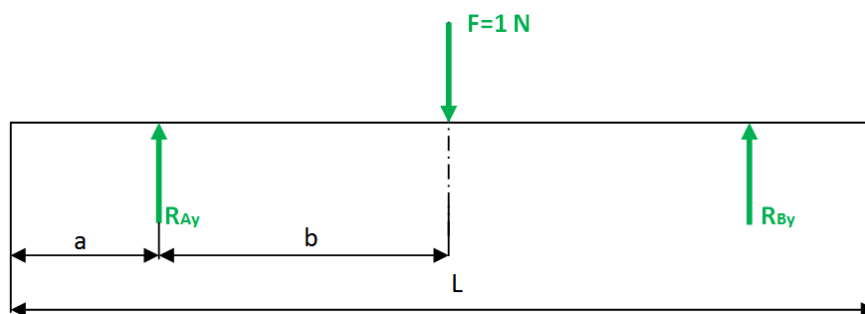
$$x_2 = 723,607 \text{ mm} \quad (1.129)$$

$$z = x_1 - a \quad (1.130)$$

$$z = 276,393 - 200 \quad (1.131)$$

$$z = 76,393 \text{ mm} \quad (1.132)$$

Ohybový moment (obrázek 21) od zatížení jednotkovou silou (obrázek 20)



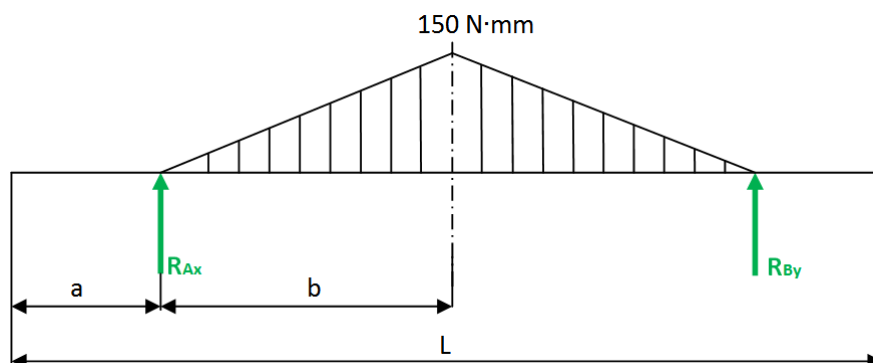
Obrázek 20 - nosník zatížený jednotkovou silou

$$\overline{R_a} = \frac{F}{2} \quad (1.133)$$

$$\overline{M_L} = R_a \cdot b \quad (1.134)$$

$$\overline{M_L} = \frac{F}{2} \cdot b \quad (1.135)$$

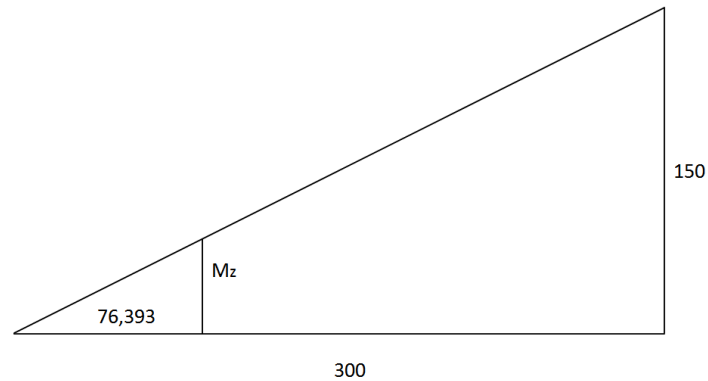
$$\overline{M_L} = 150 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad (1.136)$$



Obrázek 21 - ohybový moment od jednotkové síly

Velikost ohybového momentu od jednotkové síly ve vzdálenosti z:

Využijeme podobnosti trojúhelníka (obrázek 22):



Obrázek 22 - využití podobnosti trojúhelníka

$$\frac{150}{300} = \frac{\overline{M_z}}{76,393} \quad (1.137)$$

$$\overline{M_z} = \frac{150}{300} \cdot 76,393 \quad (1.138)$$

$$\overline{M_z} = 38,1965 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad (1.139)$$

$$w = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_l M_A \cdot M_z \cdot ds \quad (1.140)$$

Vzorec pro polovinu nosníku má tuto podobu:

$$w = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_l \begin{matrix} \begin{matrix} 76,393 \\ -20\,000 \end{matrix} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \begin{matrix} 38,1965 \\ 76,393 \end{matrix} \end{matrix} \cdot ds + \int_l \begin{matrix} \begin{matrix} 25\,000 \\ 223,607 \end{matrix} \end{matrix} \cdot \begin{matrix} \begin{matrix} 38,1965 \\ 223,607 \end{matrix} \end{matrix} \cdot ds \quad (1.141)$$

po použití tabulek pro integraci silové metody (viz [10]) dostáváme:

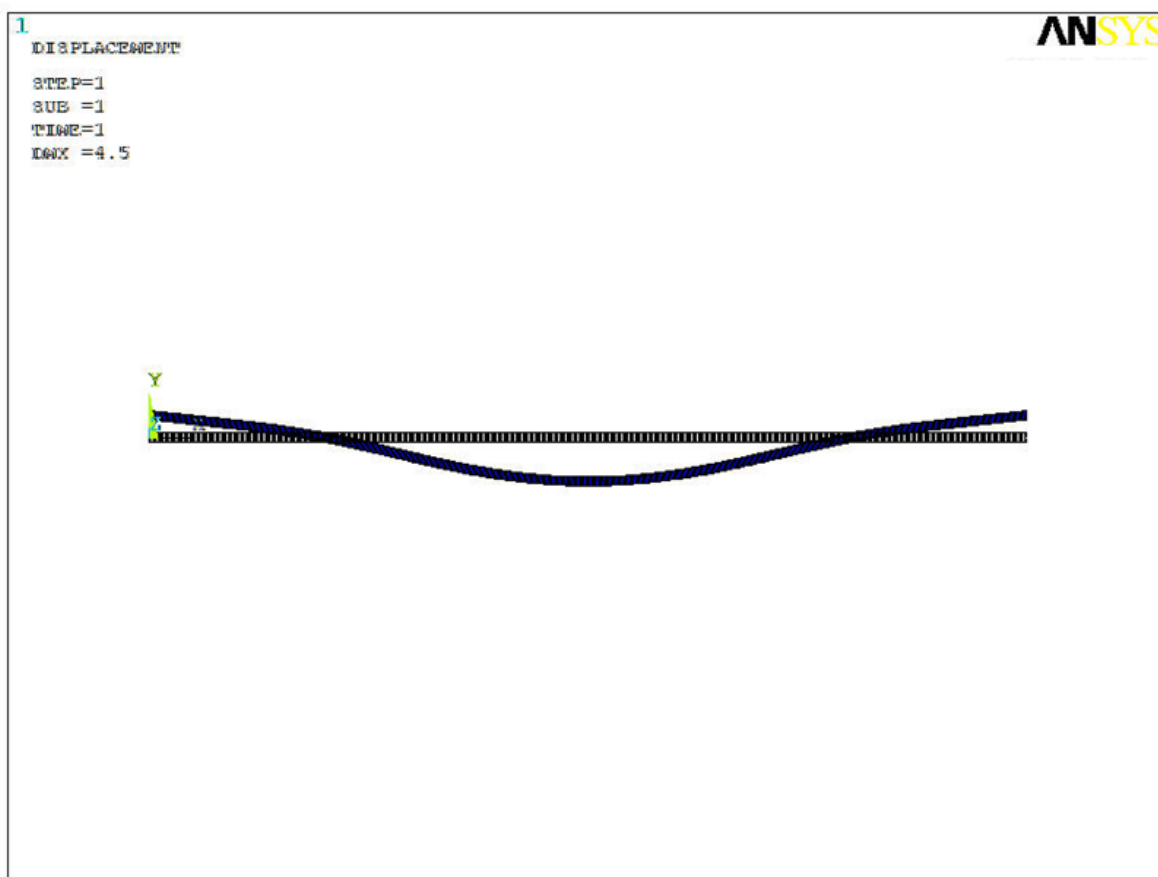
$$w = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot (-20\,000) \cdot 38,1965 \cdot 76,393 + \frac{1}{12} \cdot 25\,000 \cdot 223,607 \cdot (3 \cdot 38,1965 + 5 \cdot 150) \right] \quad (1.142)$$

Pro celý nosník musíme tento výraz násobit 2., dostáváme tedy:

$$w = \frac{2}{E \cdot I} \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot (-20\,000) \cdot 38,1965 \cdot 76,393 + \frac{1}{12} \cdot 25\,000 \cdot 223,607 \cdot (3 \cdot 38,1965 + 5 \cdot 150) \right] \quad (1.143)$$

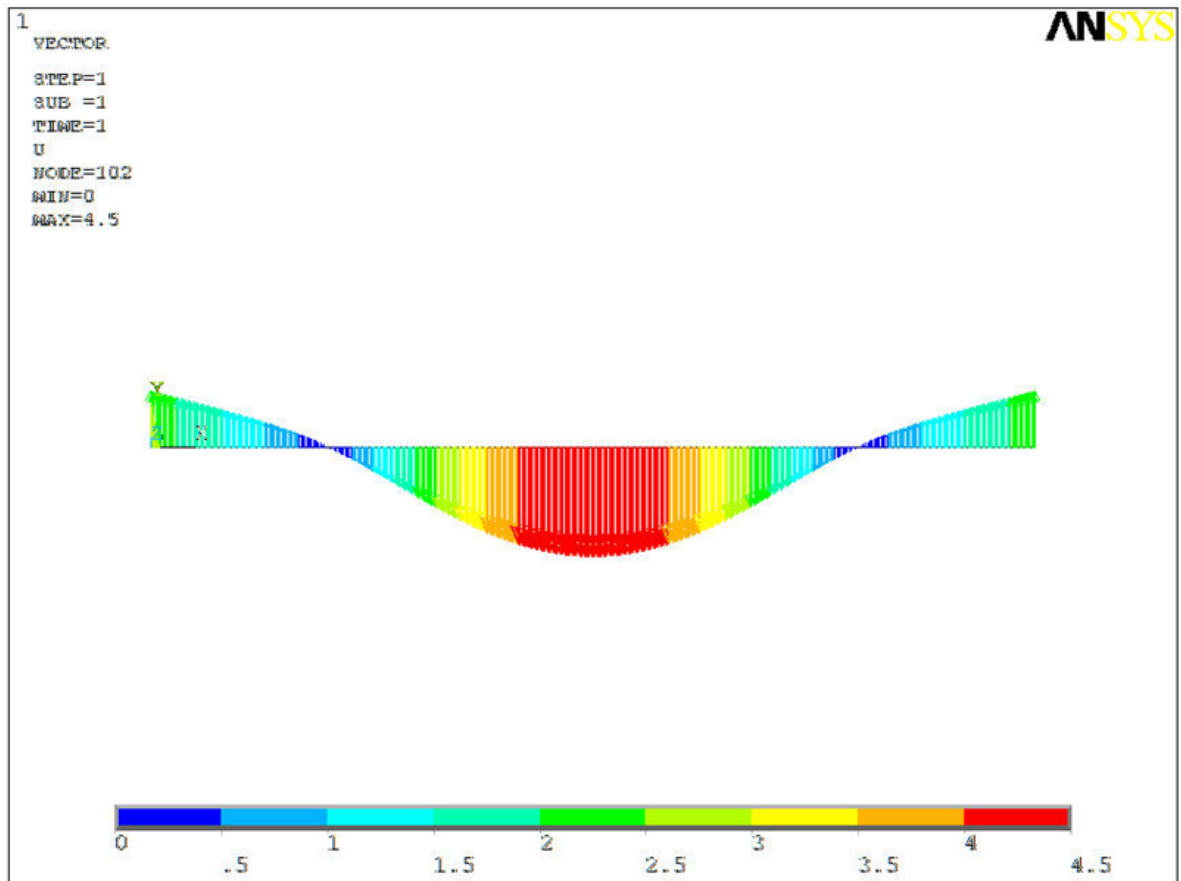
$$w = 4,55 \text{ mm} \quad (1.144)$$

Kontrola pomocí konečnoprvkového softwaru Ansys APDL:



Obrázek 23 - tvar deformace

Z obrázku tvaru deformace (obrázek 23) je možné z legendy vyčíst maximální průhyb 4,5mm.



Obrázek 24 - vektorové zobrazení deformací

Názornější průběh tvaru deformace, tedy průhybu poskytuje vykreslení deformací pomocí vektorů posunutí (obrázek 24).

Srovnání výsledků průhybu (tabulka 4):

	průhyb [mm]	rozdíl [%]
Analytické řešení	4,5	-
Řešení silovou metodou	4,55	1,1
Řešení pomocí MKP	4,5	0

Tabulka 4 - srovnání výsledků

Aby namáhání daného nosníku bylo optimální, je zapotřebí, aby se rovnaly absolutní hodnoty maximálních ohybových momentů v bodech A , B a $L/2$, tedy:

$$|M_A| = M_{\frac{L}{2}} = |M_B| \quad (1.145)$$

protože je nosník symetrický, musí platit

$$|M_A| = |M_B| \quad (1.146)$$

$$M_A = -q \cdot \frac{a^2}{2} \quad (1.147)$$

$$M_{\frac{L}{2}} = R_A \cdot \left(\frac{L}{2} - a\right) - q \cdot \frac{L^2}{8} \quad (1.148)$$

$$M_{\frac{L}{2}} = q \cdot \frac{L}{2} \cdot \left(\frac{L}{2} - a\right) - q \cdot \frac{L^2}{8} \quad (1.149)$$

$$M_{\frac{L}{2}} = q \cdot \frac{L^2}{4} - q \cdot \frac{L \cdot a}{2} - q \cdot \frac{L^2}{8} \quad (1.150)$$

$$|M_A| = M_{\frac{L}{2}} \quad (1.151)$$

$$\left| -q \cdot \frac{a^2}{2} \right| = q \cdot \frac{L^2}{4} - q \cdot \frac{L \cdot a}{2} - q \cdot \frac{L^2}{8} \quad (1.152)$$

$$\frac{a^2}{2} = \frac{L^2}{4} - \frac{L \cdot a}{2} - \frac{L^2}{8} \quad (1.153)$$

$$a^2 + L \cdot a - \frac{L^2}{4} = 0 \quad (1.154)$$

Vyřešením kvadratické rovnice dostáváme kořeny a_1 a a_2

$$a_1 = -1\,207,106781 \quad (1.155)$$

$$a_2 = 207,1067812 \quad (1.156)$$

Záporný kořen však nemá fyzikální význam, proto bereme v úvahu pouze kořen a_2 .

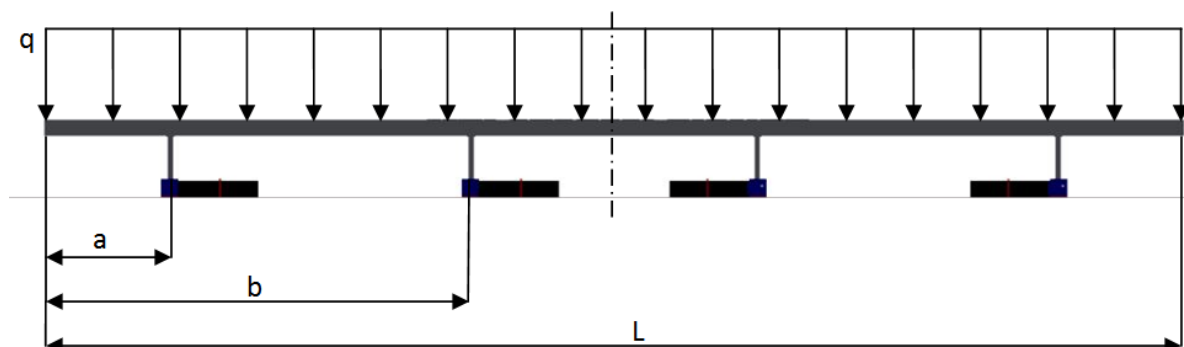
Kontrolu můžeme provést dosazením do (1.151):

$$\left| -q \cdot \frac{a^2}{2} \right| = q \cdot \frac{L^2}{4} - q \cdot \frac{L \cdot a}{2} - q \cdot \frac{L^2}{8} \quad (1.157)$$

$$\left| -1 \cdot \frac{207,1067812^2}{2} \right| = 1 \cdot \frac{1000^2}{4} - 1 \cdot \frac{1000 \cdot 207,1067812}{2} - 1 \cdot \frac{1000^2}{8} \quad (1.158)$$

$$21\,446,61 \, N \cdot mm = 21\,446,91 \, N \cdot mm \quad (1.159)$$

1.7 Určení rozmístění podpor stolu zvedací plošiny



Obrázek 25- rozmístění podpor stolu zvedací plošiny

Daný nosník (obrázek 25) rozdělíme po $500 \, mm$ (poslední úsek bude menší, tj $400 \, mm$), to znamená, že nosník může být podepřen v 18 různých polohách (vynecháme střed nosníku, z důvodu aby byla splněna podmínka uložení nosníku na 4 podporách, v tomto místě by z důvodu symetrie 2 podpory splynuly v 1).

Využijeme vzorce pro výpočet kombinací:

$$C_k(n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!} \quad (1.160)$$

Kde n je počet prvků bez opakování a k udává třídu kombinace

Dosadíme-li do rovnice (1.160), získáme hledaný počet kombinací druhé třídy bez opakování

$$n = 18 \quad (1.161)$$

$$k = 2 \quad (1.162)$$

$$C_2(18) = \binom{18}{2} = \frac{18!}{2! (18-2)!} \quad (1.163)$$

$$C_2(18) = 153 \quad (1.164)$$

a \ b	0	500	1 000	1 500	2 000	2 500	3 000	3 500	4 000
0		127,8	107,7	89,2	72,4	57,3	44	32,4	22,5
500	-		100,4	83,7	68,4	54,5	42,2	31,5	22,3
1 000	-	-		77,8	64	51,5	40,3	30,5	22
1500	-	-	-		59,5	48,1	38,1	29,2	21,5
2 000	-	-	-	-		44,3	35,5	27,6	20,7
2 500	-	-	-	-	-		32,4	25,7	19,6
3 000	-	-	-	-	-	-		23,2	18,2
3 500	-	-	-	-	-	-	-		16,2
4 000	-	-	-	-	-	-	-	-	

Tabulka 5 - vliv rozmístění podpor na průhyb

a \ b	4 500	5 000	5 500	6 000	6 500	7 000	7 500	8 000	8 500
0	14,4	8	3,3	5,2	8,1	11,1	14,1	16,9	18,8
500	14,7	8,6	4	3,3	5,6	8,1	10,7	13	14,7
1 000	14,9	9,2	4,8	1,7	3,5	5,5	7,6	9,5	11
1500	15	9,6	5,4	2,4	1,7	3,2	4,9	6,5	7,7
2 000	14,8	9,9	6	3	1,7	1,4	2,6	3,9	4,8
2 500	14,4	10	7,7	7,1	6,3	5,2	4,2	3,1	2,5
3 000	13,7	12,7	13,1	13,1	12,8	12,2	11,4	10,7	10
3 500	16,6	18,7	20	21	21,5	21,6	21,5	21,2	20,8
4 000	22,5	25,9	28,8	31	32,6	33,8	34,5	34,9	35,1
4 500		34,6	39,2	43	46,2	48,8	50,8	52,3	53,1
5 000	-		51,4	57,3	62,5	66,9	70,6	73,5	75,4
5 500	-	-		73,9	81,5	88,2	94,1	98,8	102,2
6 000	-	-	-		103,2	112,8	121,4	128,6	133,9
6 500	-	-	-	-		140,6	152,6	163	170,8
7 000	-	-	-	-	-		187,6	201,9	213,3
7 500	-	-	-	-	-	-		245,4	261,5
8 000	-	-	-	-	-	-	-		315,1
8 500	-	-	-	-	-	-	-	-	

Tabulka 6 - vliv rozmístění podpor na průhyb (pokračování)

Z výše uvedených hodnot (tabulka 5 a tabulka 6) vidíme, že nejmenšího průhybu dosáhneme, budou-li podpory umístěny na souřadnicích 2000 a 7000.

Nyní provedeme zpřesnění rozmístění podpor, provedeme jemnější rozdělení intervalu, a to po 100 mm., podpora *A* tedy může být v intervalu ⟨1 600; 2 400⟩ a podpora *B* může náležet v intervalu ⟨6 600; 7 400⟩. Pro počet možných kombinací využijeme kombinatorické pravidlo součinu:

$$C = n_1 \cdot n_2 \quad (1.165)$$

Kde n_1 je počet prvků v první skupině a n_2 udává počet prvků v druhé skupině

Hledaný počet kombinací dostaneme, dosadíme-li do (1.165):

$$n_1 = 9 \quad (1.166)$$

$$n_2 = 9 \quad (1.167)$$

$$C = 9 \cdot 9 \quad (1.168)$$

$$C = 81 \quad (1.169)$$

$\begin{matrix} b \\ a \end{matrix}$	6 600	6 700	6 800	6 900	7 000	7 100	7 200	7 300	7 400
1 600	1,7	1,9	2,2	2,5	2,8	3,1	3,5	3,8	4,1
1 700	1,4	1,6	1,9	2,2	2,4	2,7	3	3,3	3,6
1 800	1,1	1,3	1,6	1,8	2,1	2,4	2,6	2,9	3,2
1 900	0,8	1,1	1,2	1,5	1,7	2	2,3	2,5	2,8
2 000	1,5	1,3	1	1,2	1,4	1,6	1,9	2,1	2,4
2 100	2,3	2	1,8	1,6	1,3	1,3	1,5	1,8	2
2 200	3,1	2,9	2,6	2,4	2,2	1,9	1,7	1,5	1,7
2 300	4	3,8	3,6	3,3	3,1	2,9	2,6	2,4	2,2
2 400	5	4,8	4,6	4,4	4,1	3,9	3,7	3,5	3,2

Tabulka 7 - Tabulka 6 - vliv rozmístění podpor na průhyb (zpřesnění)

Celkový počet všech kombinací:

$$C_c = C_k(n) + C \quad (1.170)$$

$$C_c = C_2(18) + C \quad (1.171)$$

$$C_c = 153 + 91 \quad (1.172)$$

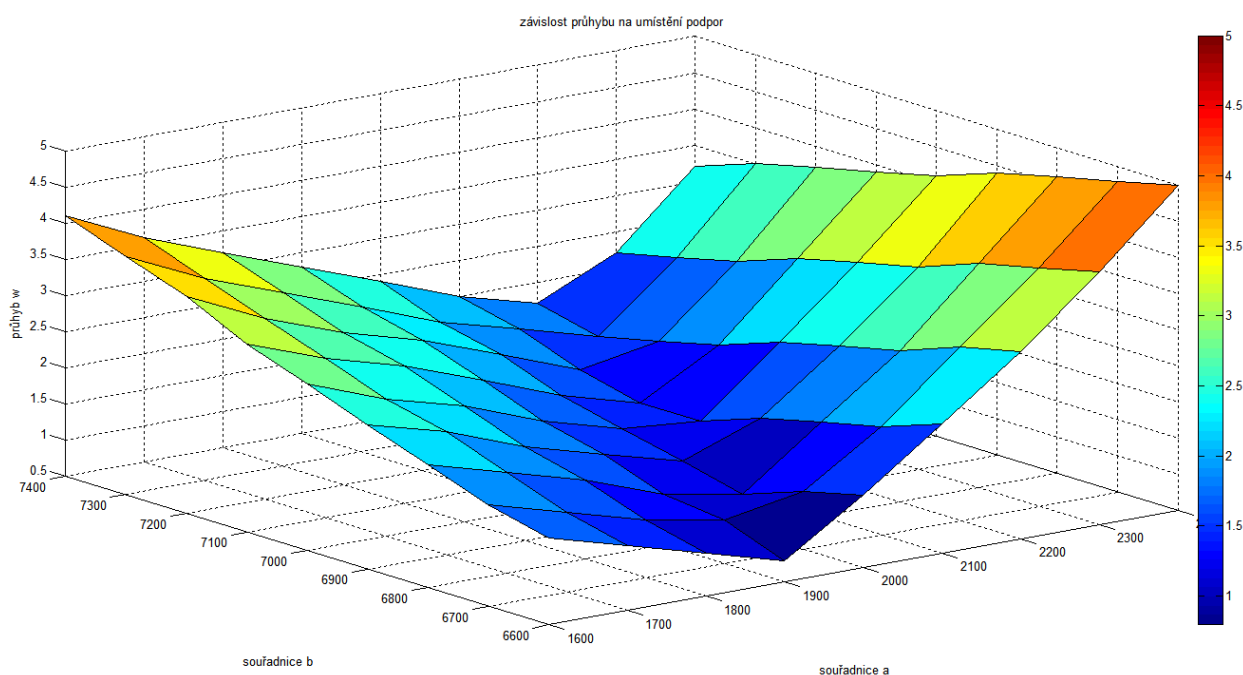
$$C_c = 244 \quad (1.173)$$

Z celkového počtu 244 možných kombinací, byla z výše uvedených hodnot vybraná taková kombinace rozmístění podpor, kdy průhyb byl minimální, viz tabulka 7. Podpory tedy budou umístěny na souřadnicích:

$$a = 1\,900\text{ mm} \quad (1.174)$$

$$b = 6\,600\text{ mm} \quad (1.175)$$

Pro lepší grafické znázornění byly hodnoty průhybu závislé na souřadnicích podpor A a B vyneseny do trojrozměrného grafu (obrázek 26):



Obrázek 26 - závislost průhybu w na rozmístění podpor

Poznámka: Pro vybrané rozmístění podpor jsou v příloze doloženy průběhy deformace s maximálními hodnotami průhybu

V příčném směru bylo přání zadavatele, aby jednotlivé úseky měli shodnou délku, byl tedy nosník v příčném směru rozdělen na čtyři stejně velké úseky, a v těchto vzdálenostech byl nosník podepřen.

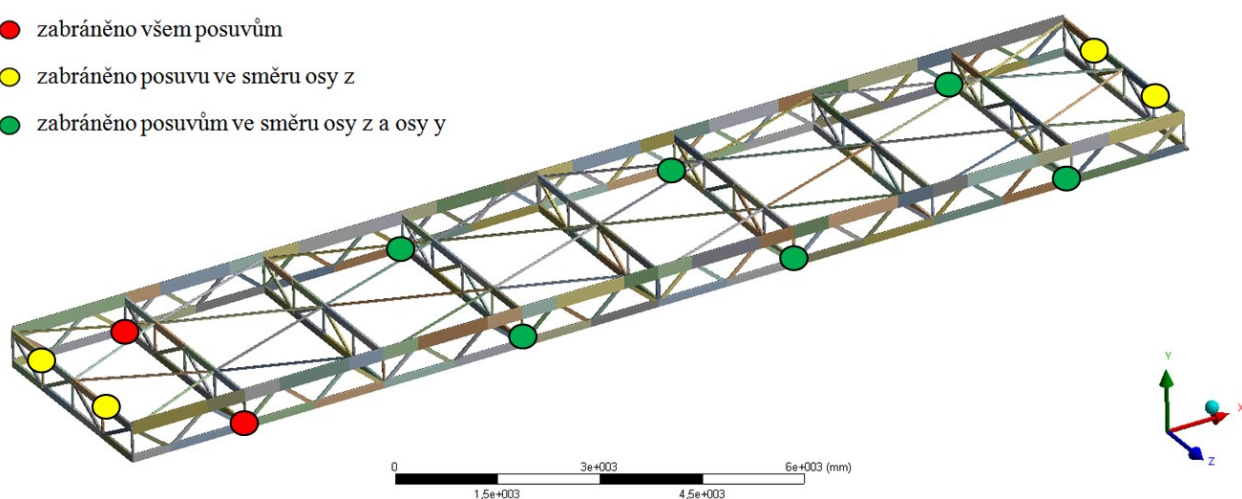
2. Návrh konstrukcí stolu zvedací plošiny

Při tvorbě modelů konstrukcí stolu zvedací plošiny byla přijata určitá zjednodušení.

Jednotlivé modely byly tvořeny nosníkovými prvky, kdy bylo zapotřebí nejprve v geometrickém modeláři programu ANSYS Workbench vymodelovat model pomocí konstrukčních bodů, tyto body byly následně spojeny čarami, a těmto čarám posléze přiřazeny jednotlivé profily, tedy konkrétní průřezy. Tento způsob modelování byl zvolen právě kvůli snadné změny průřezů, kdy je v průběhu navrhování nutno předem zvolené nevyhovující průřezy nahradit novými, které již jsou jak z deformačního hlediska, tak z napětového vyhovující. Jednotlivé návrhy jsou vykresleny na obrázku 27 až 32.

2.1 Varianta č. 1

- zabráněno všem posuvům
- zabráněno posuvu ve směru osy z
- zabráněno posuvům ve směru osy z a osy y



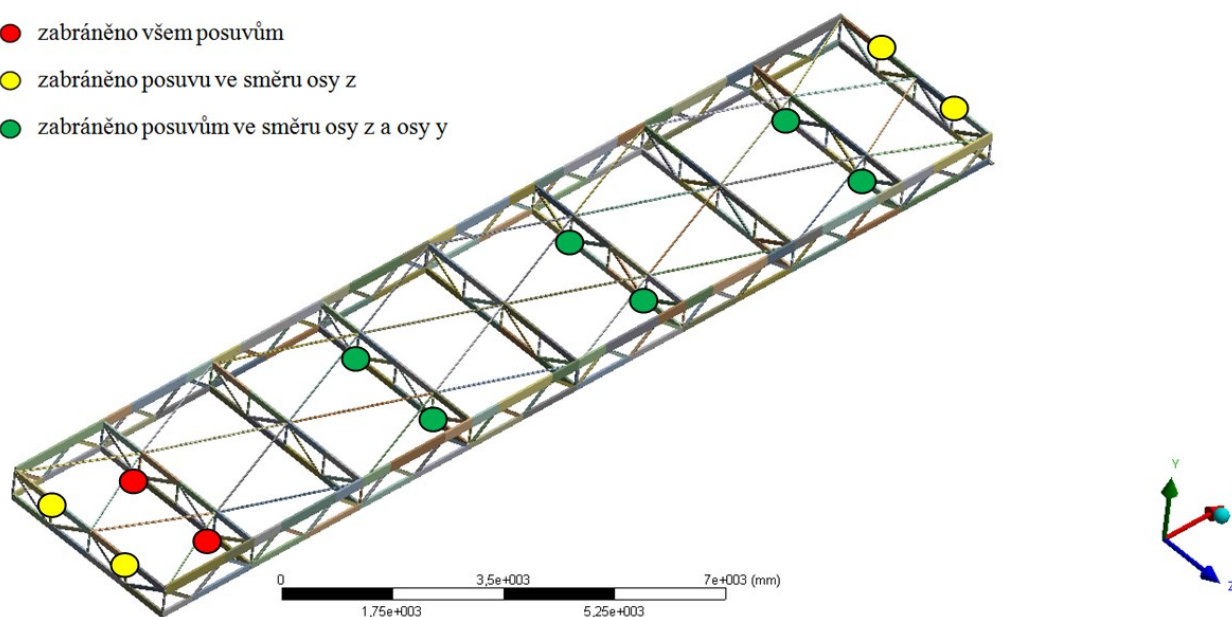
Obrázek 27 - model stolu zvedací plošiny, varianta č. 1

deformace [mm]	frekvence [Hz]	hmotnost [kg]
2,6967	21,569	1 134,1

Tabulka 8 -výsledky jednotlivých analýz, varianta č. 1

2.2 Varianta č. 2

- zabráněno všem posuvům
- zabráněno posuvu ve směru osy z
- zabráněno posuvům ve směru osy z a osy y



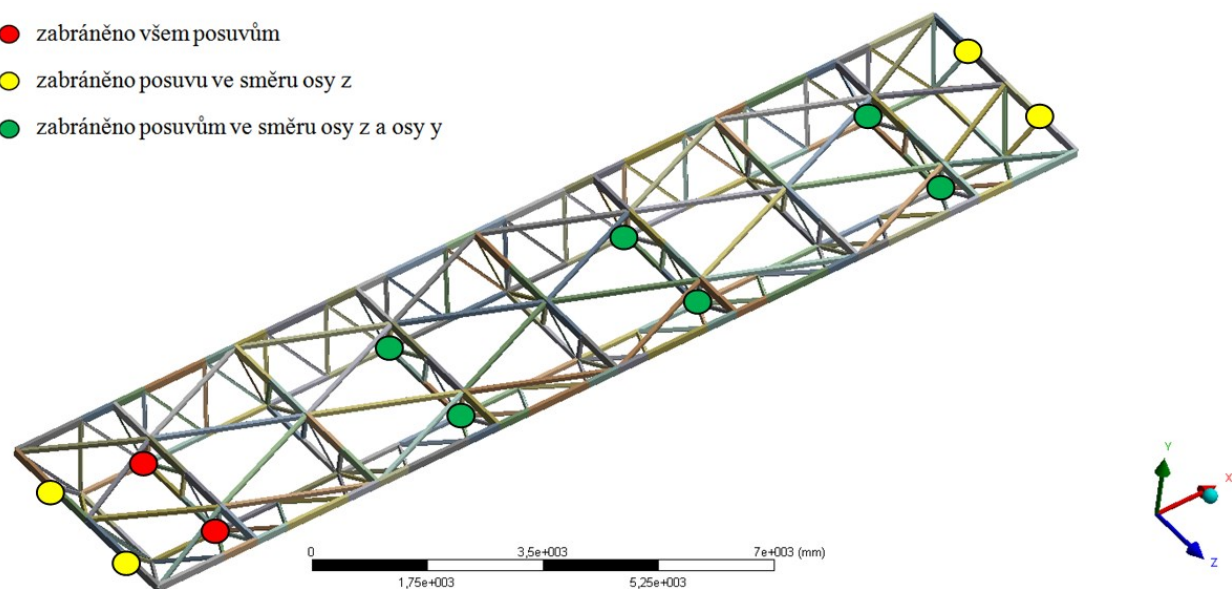
Obrázek 28 - model stolu zvedací plošiny, varianta č. 2

deformace [mm]	frekvence [Hz]	hmotnost [kg]
3,0316	22,27	1 899,5

Tabulka 9 -výsledky jednotlivých analýz, varianta č. 2

2.3 Varianta č. 3

- zabráněno všem posuvům
- zabráněno posuvu ve směru osy z
- zabráněno posuvům ve směru osy z a osy y



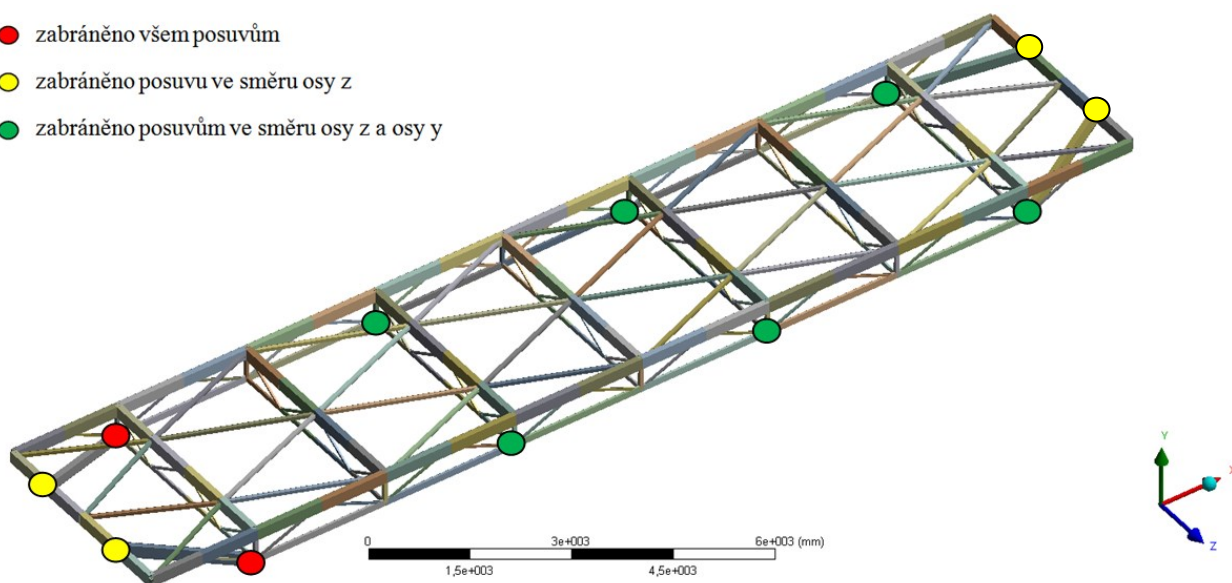
Obrázek 29 - model stolu zvedací plošiny, varianta č. 3

deformace [mm]	frekvence [Hz]	hmotnost [kg]
2,9864	23,37	1 900,1

Tabulka 10 -výsledky jednotlivých analýz, varianta č. 3

2.4 Varianta č. 4

- zabráněno všem posuvům
- zabráněno posuvu ve směru osy z
- zabráněno posuvům ve směru osy z a osy y



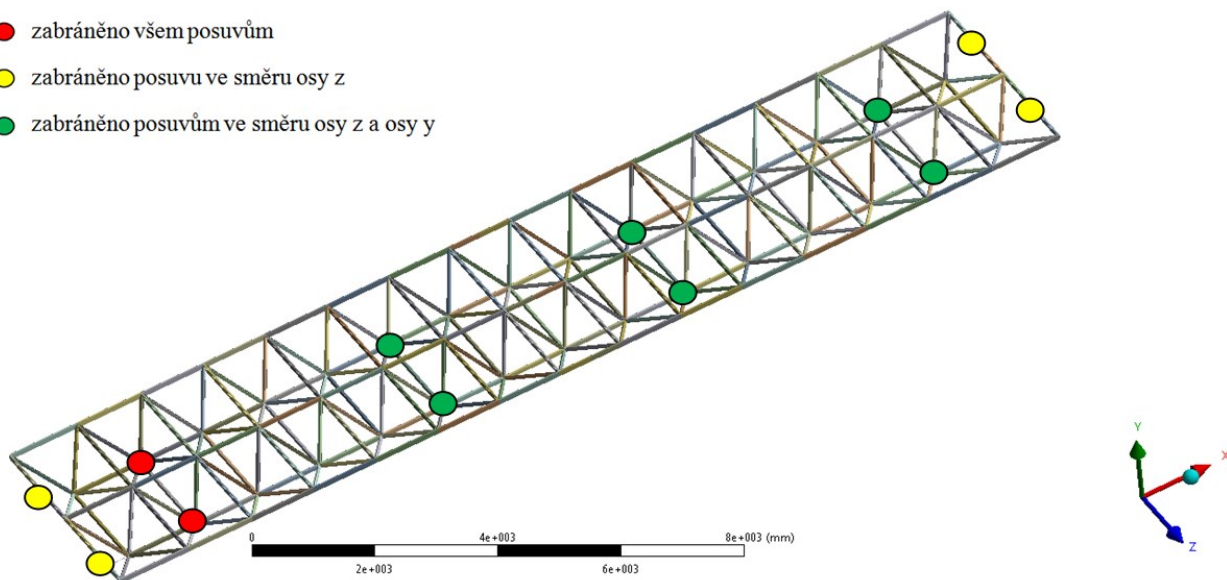
Obrázek 30 - model stolu zvedací plošiny, varianta č. 4

deformace [mm]	frekvence [Hz]	hmotnost [kg]
3,0426	24,405	2 481,7

Tabulka 11 -výsledky jednotlivých analýz, varianta č. 4

2.5 Varianta č. 5

- zabráněno všem posuvům
- zabráněno posuvu ve směru osy z
- zabráněno posuvům ve směru osy z a osy y



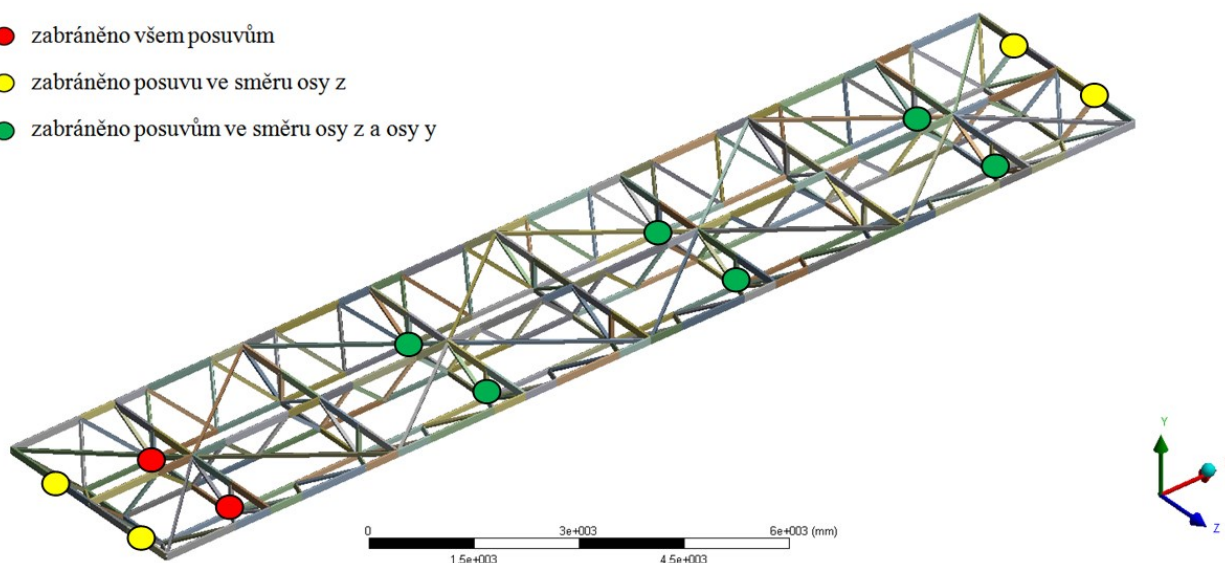
Obrázek 31 - model stolu zvedací plošiny, varianta č. 5

deformace [mm]	frekvence [Hz]	hmotnost [kg]
2,7235	30,389	1 072,8

Tabulka 12 -výsledky jednotlivých analýz, varianta č. 5

2.6 Varianta č. 6

- zabráněno všem posuvům
- zabráněno posuvu ve směru osy z
- zabráněno posuvům ve směru osy z a osy y



Obrázek 32 - model stolu zvedací plošiny, varianta č. 6

deformace [mm]	frekvence [Hz]	hmotnost [kg]
2,59	29,203	1 456,4

Tabulka 13 -výsledky jednotlivých analýz, varianta č. 6

Poznámka: Grafické znázornění průběhů deformací a hodnoty vlastních frekvencí jsou pro jednotlivé návrhy konstrukcí stolu zvedací plošiny doloženy v příloze.

2.7 Výběr optimální varianty

optimální varianta byla vybrána pomocí rozhodovací matice, kde 1 je nevhodnější a 6 nejméně vhodná.

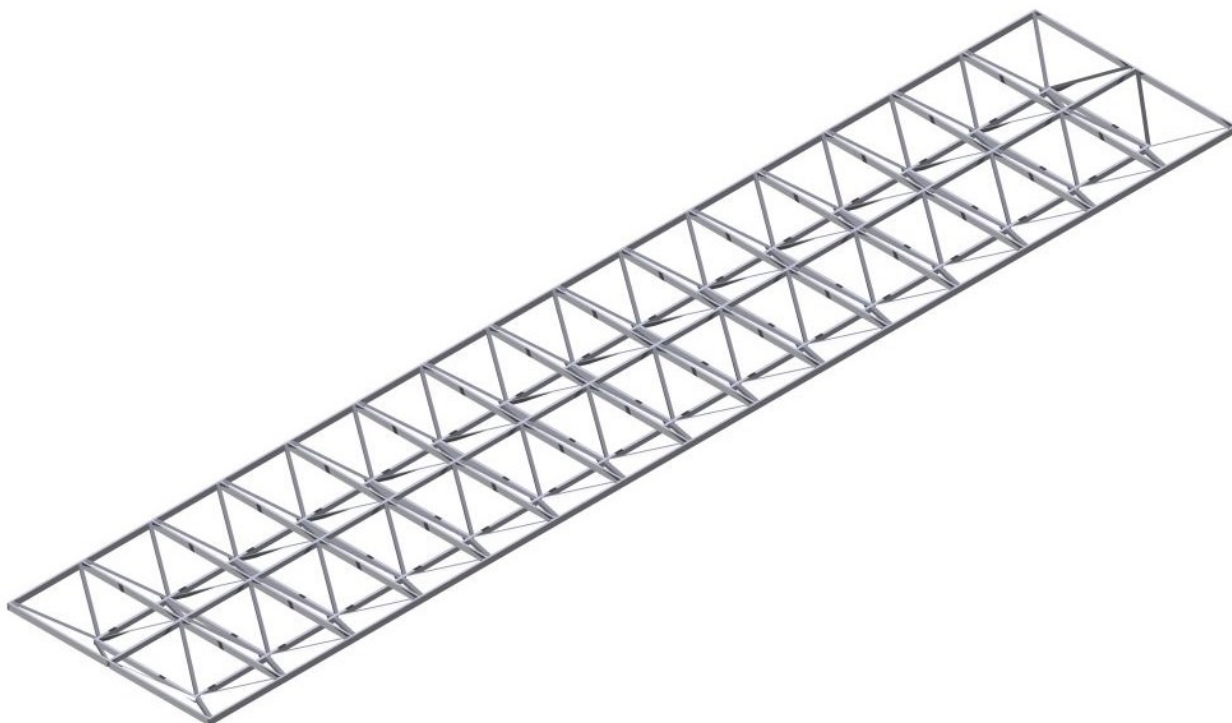
	deformace	frekvence	hmotnost	Σ
varianta č. 1	2	6	2	8
varianta č. 2	5	5	4	14
varianta č. 3	4	4	5	13
varianta č. 4	6	3	6	15
varianta č. 5	3	1	1	5
varianta č. 6	1	2	3	5

Tabulka 14 tabulka rozhodovací matice

Vzhledem ke stejnému součtu hodnot u varianty č. 5 a varianty č. 6 bylo přihlédnuto k nižší hmotnosti u varianty č. 5 a proto jako optimální byla vybrána právě tato varianta.

3. Model stolu zvedací plošiny

Vybraná varianta byla zpracována jako 3D model, tento model je zobrazen na obrázku 33 až 37.



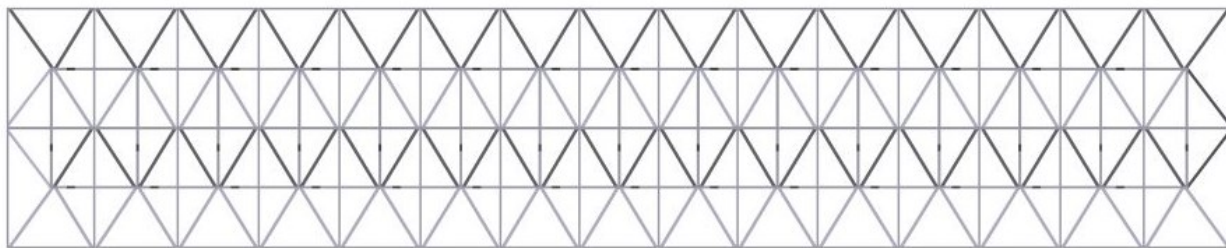
Obrázek 33 - 3D model konstrukce stolu, iso pohled



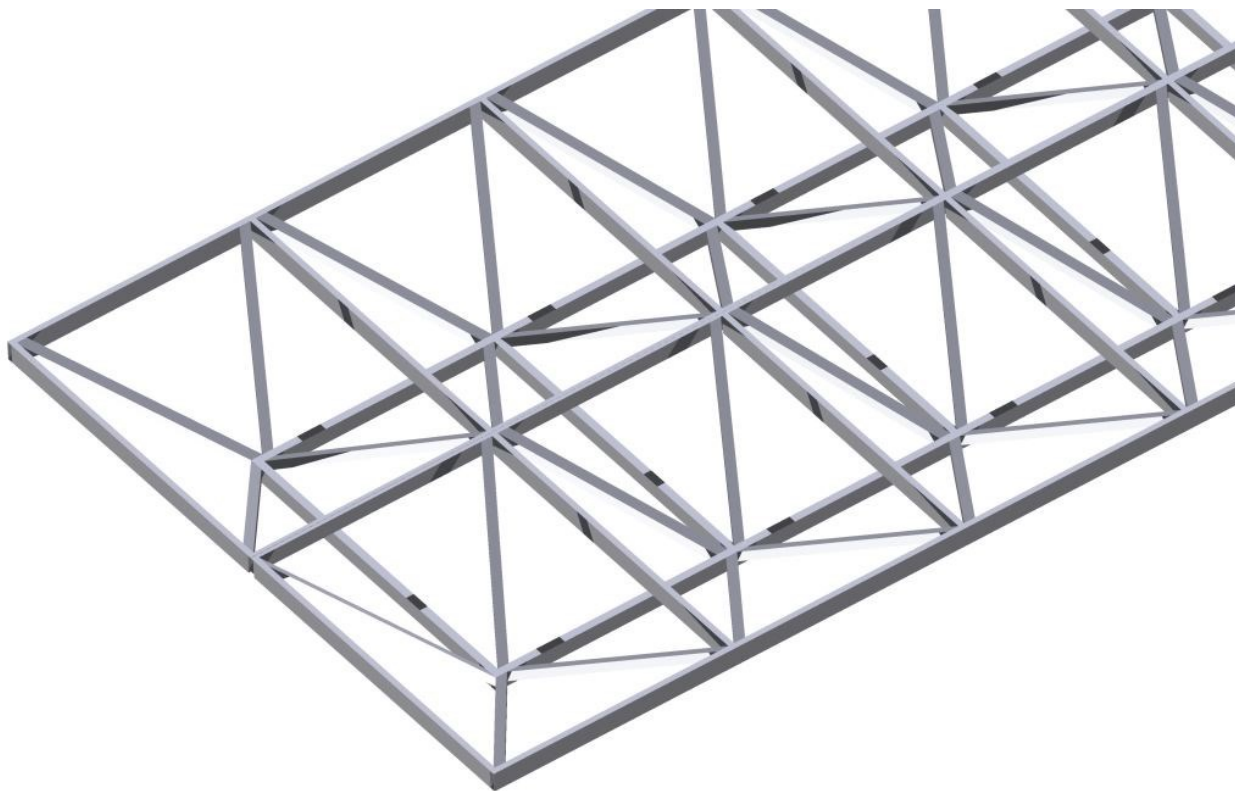
Obrázek 34 - model konstrukce stolu, bokorys



Obrázek 35 - model konstrukce stolu, nárys



Obrázek 36 - model konstrukce stolu, nárys

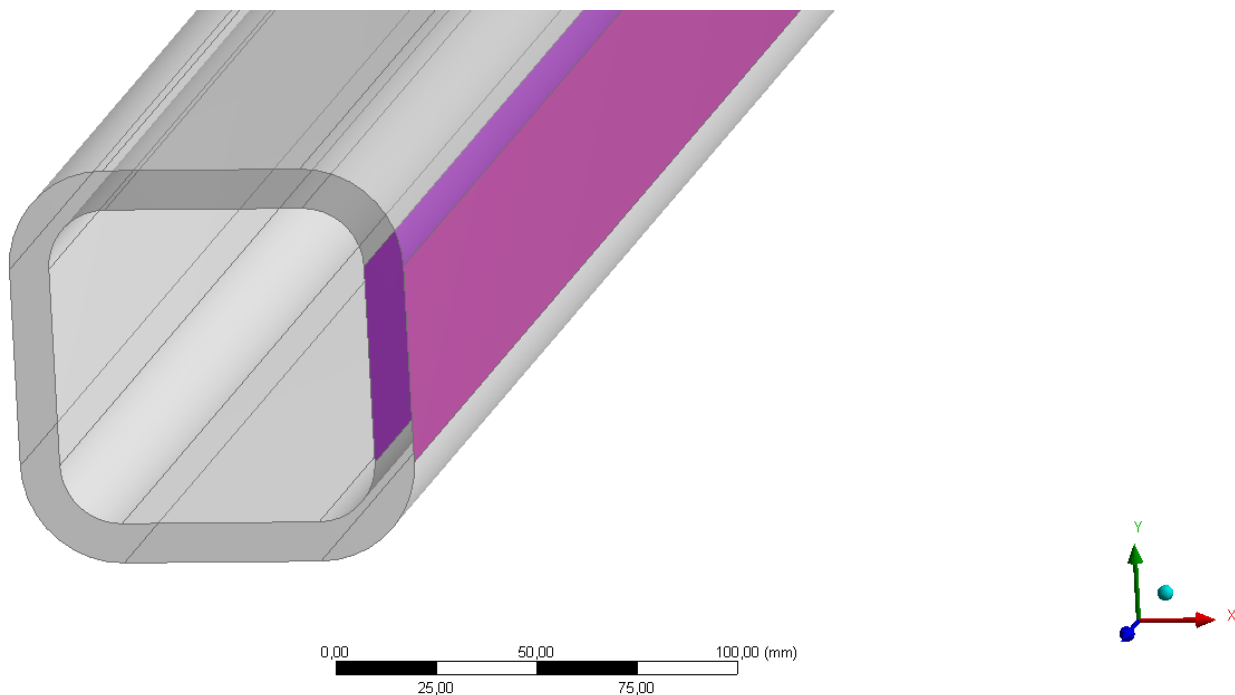


Obrázek 37 - model konstrukce stolu, detail

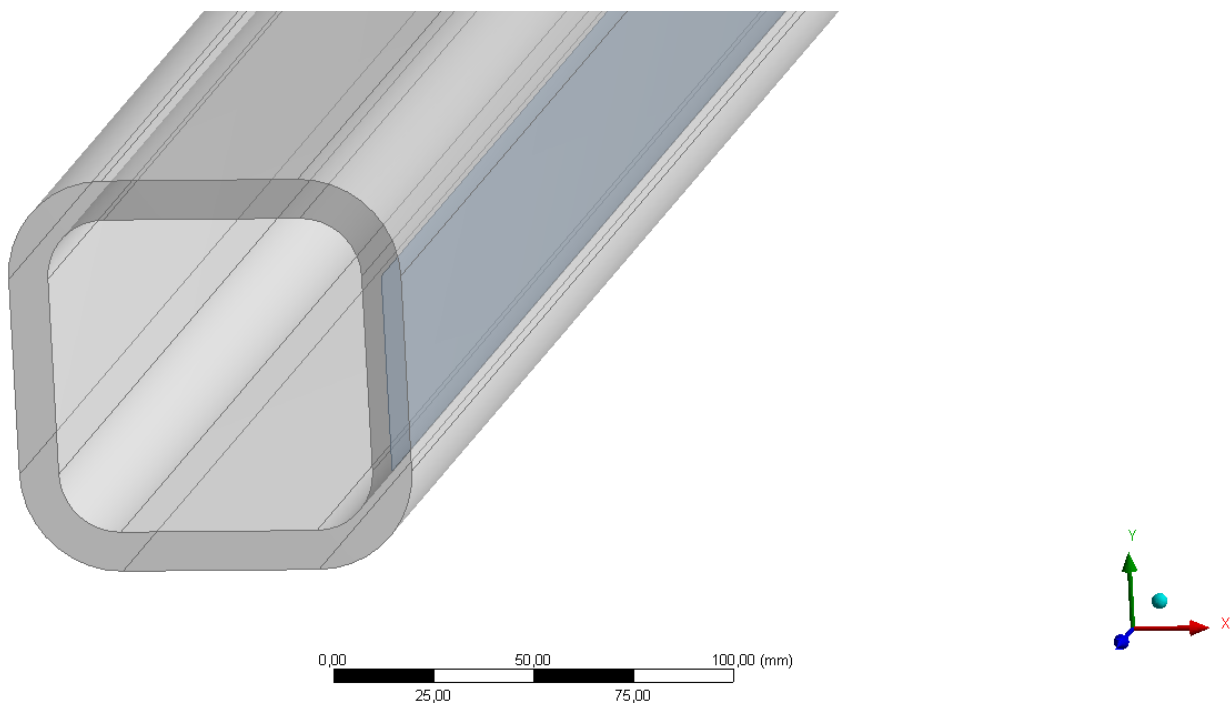
3.1 Geometrický model

Při tvorbě geometrického výpočetního modelu byly přijaty určitá zjednodušení a předpoklady, aby výpočetní čas byl přijatelný. Vzhledem k typu konstrukce byl celý model modelován pomocí neutrálních ploch, tedy geometrický model byl tvořen skořepinovými prvky. Takovýto „převod“ z 3D modelu, takzvaného solidového modelu do shellového modelu s sebou přináší určitá úskalí. Tato tvorba spočívá ve výběru dvou rovnoběžných ploch (okrajové plochy stěny profilů, viz obrázek 38). Takto vzniklé plochy (viz obrázek 39 až 41) se poté musí prodloužit, aby na sebe správně navazovaly (viz obrázek 42 a obrázek 43). Výsledkem je pak již výše zmiňovaný model tvořen neutrálními plochami (viz obrázek 44). Na první pohled by se mohlo zdát, že takováto úprava modelu je zbytečná, neboť by se dal analyzovat model solidového typu, avšak úspora elementů, a

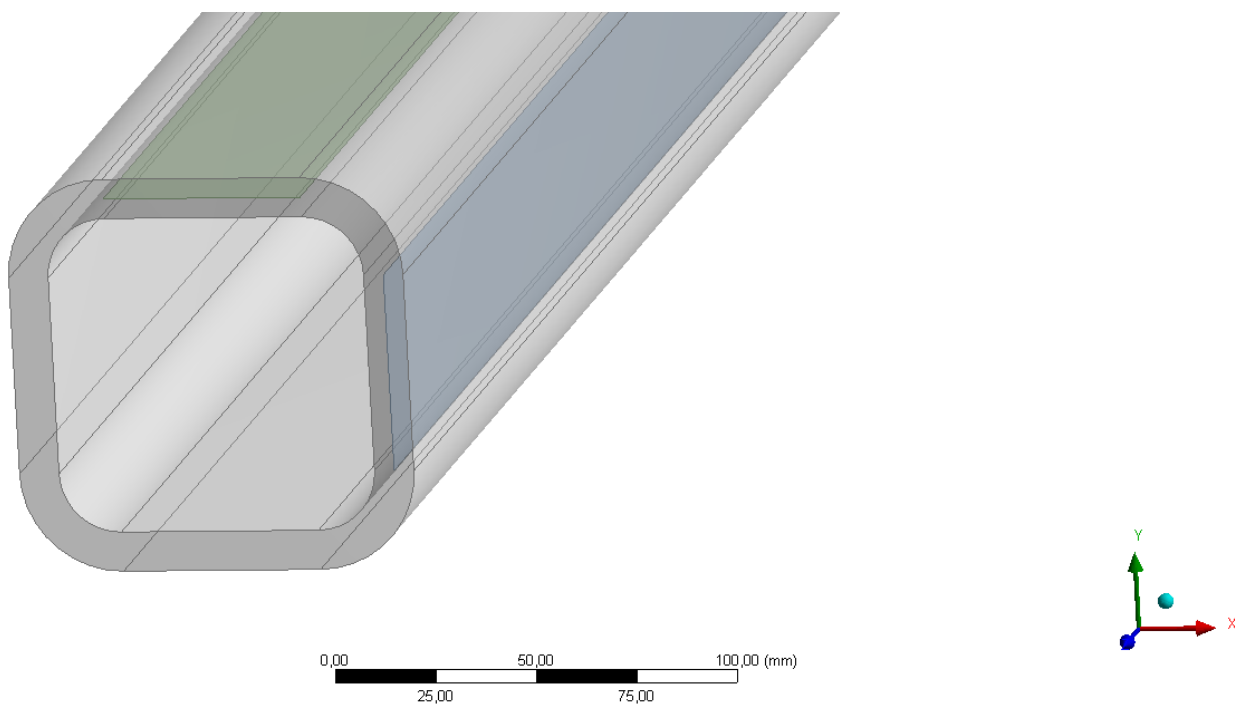
tedy i následná úspora výpočetního času (porovnáván solidový model se shellovým modelem) je neoddiskutovatelná.



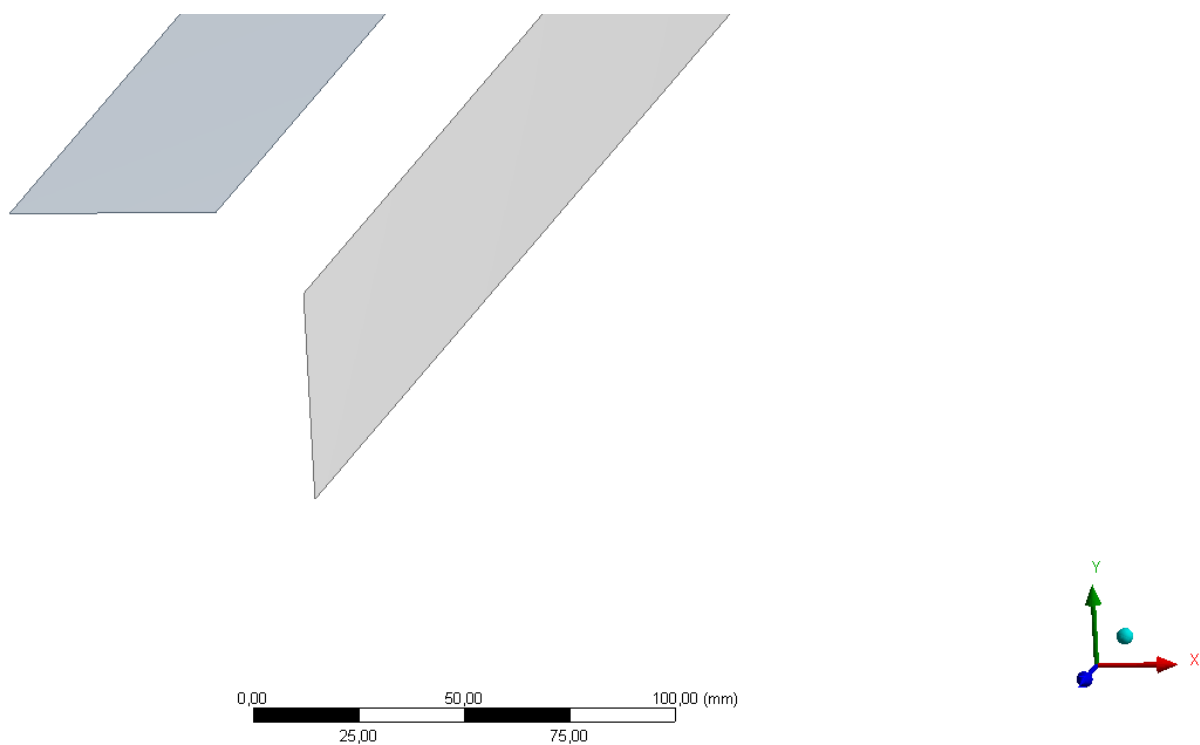
Obrázek 38 – výběr okrajových stěn profilu



Obrázek 39 - vznik neutrální plochy



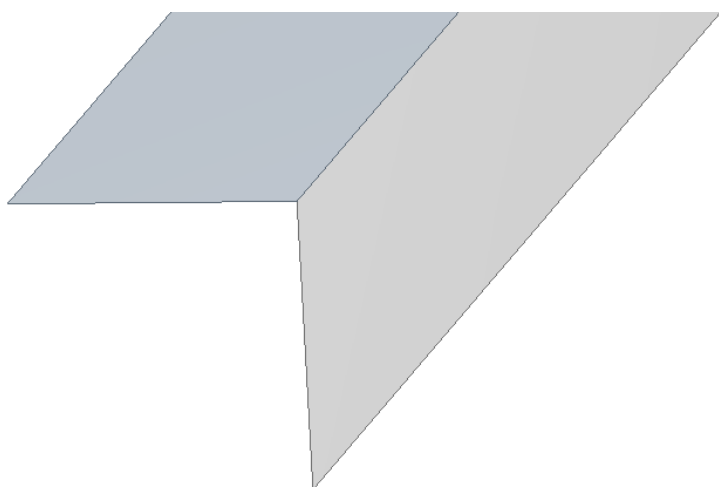
Obrázek 40 vznik další neutrální plochy



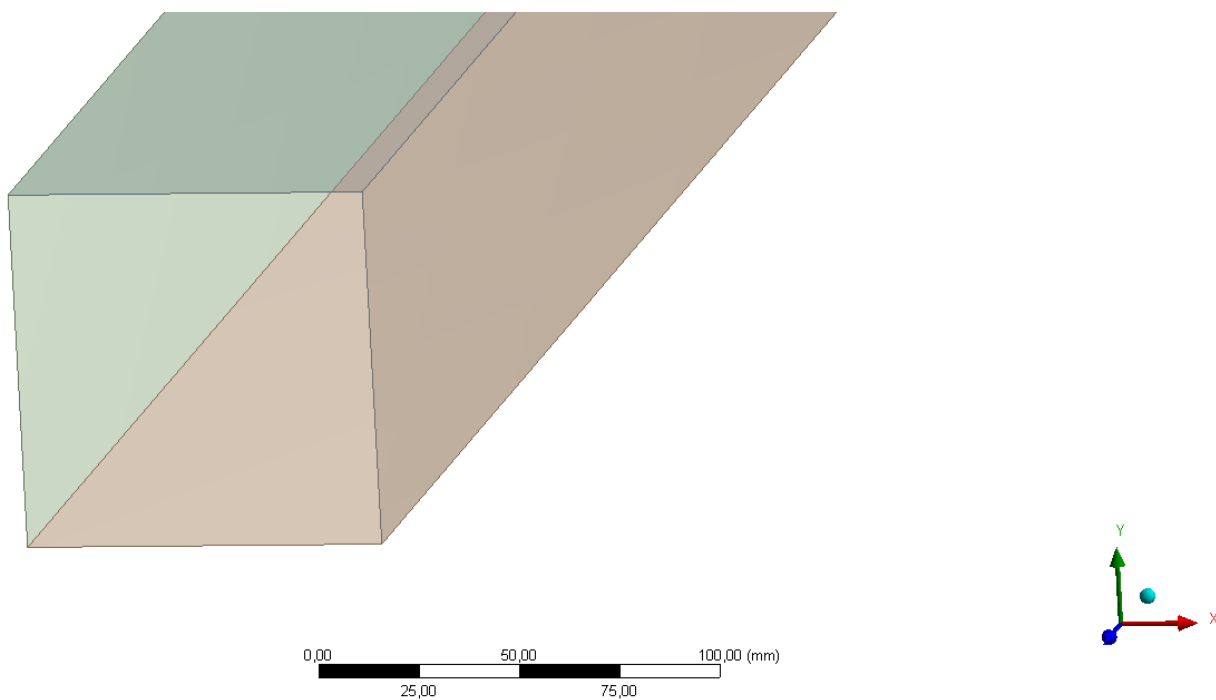
Obrázek 41 - neutrální plochy bez solidového profilu



Obrázek 42 - prodloužení neutrální plochy



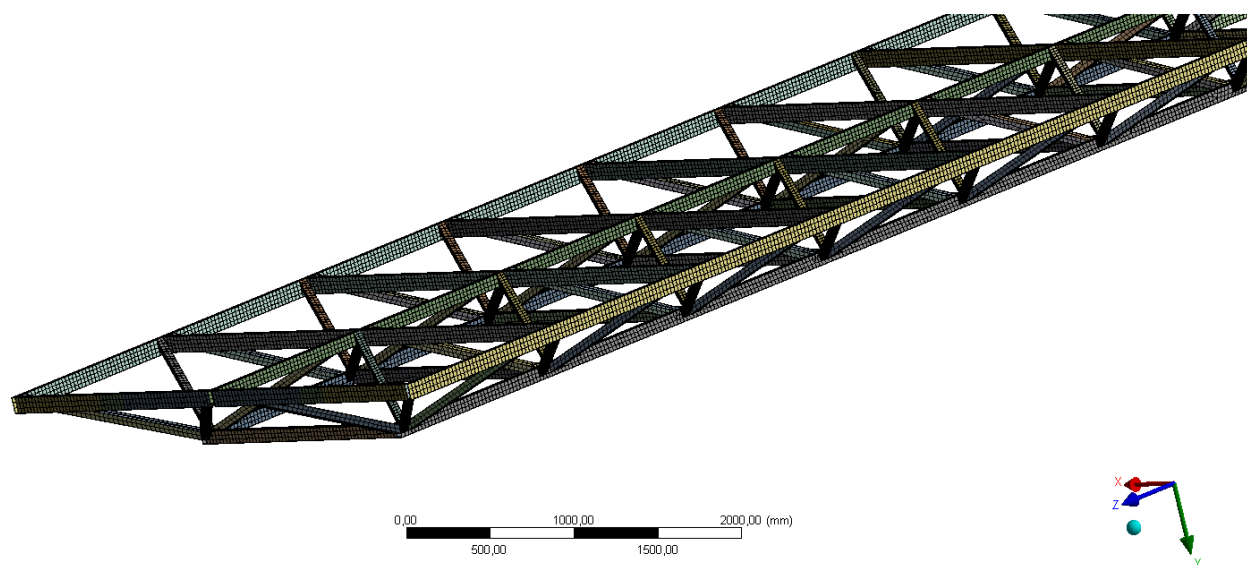
Obrázek 43 - navázání neutrálních ploch



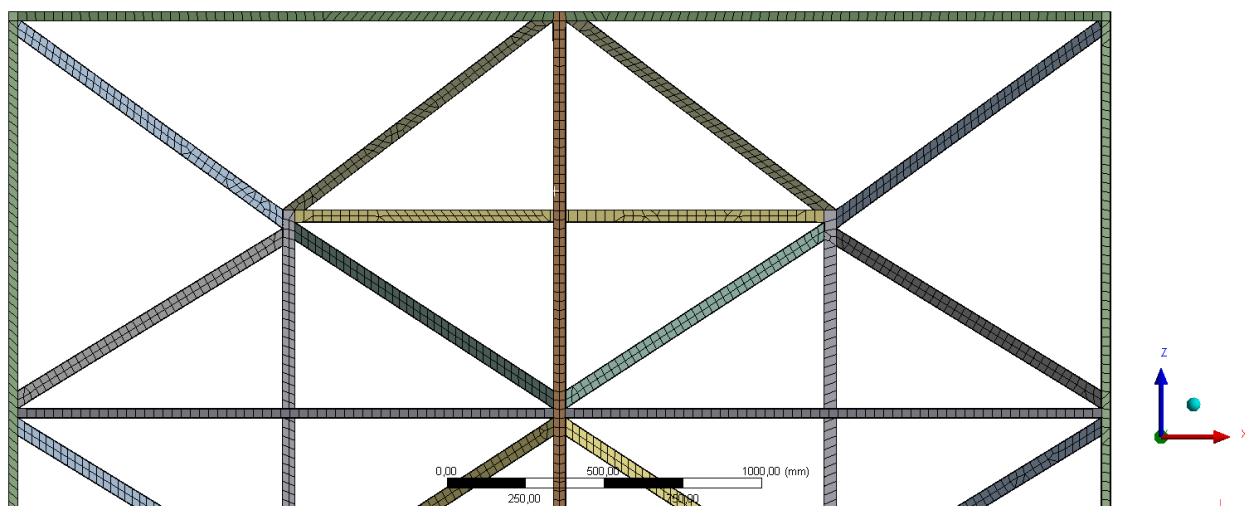
Obrázek 44 - výsledný model tvořený neutrálními plochy

3.2 Diskretizace modelu

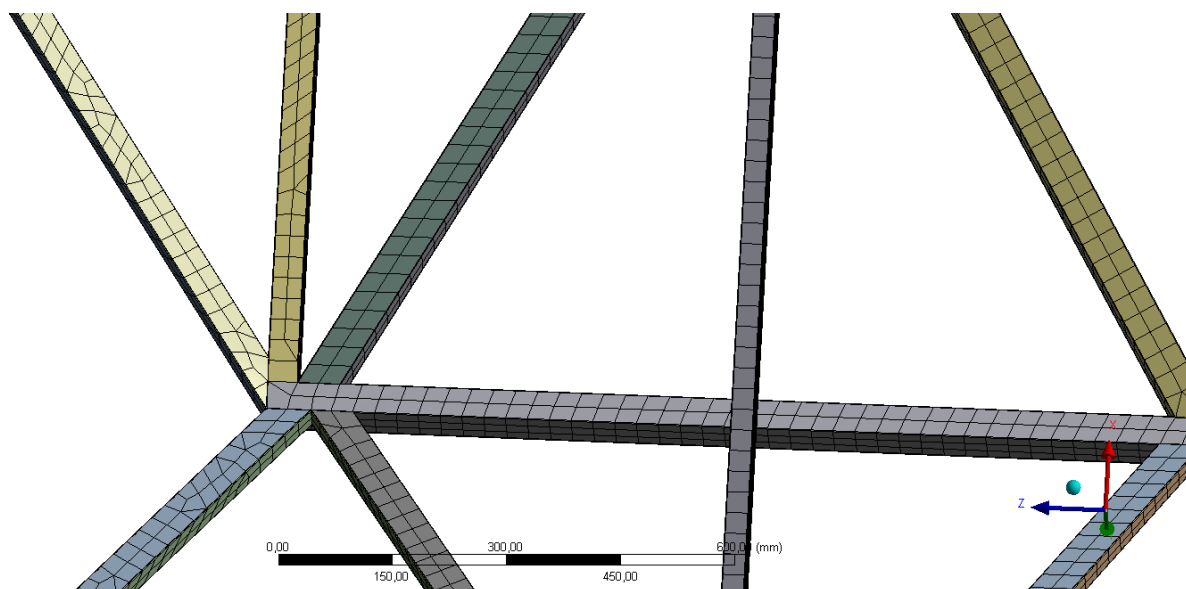
Jednotlivé analýzy budou provedeny metodou konečných prvků, je tedy zapotřebí vzniklý model diskretizovat (rozdělit na konečný počet prvků). Detaily diskretizovaného modelu jsou na obrázcích 45 až 48. Počet stupňů volnosti takto diskretizovaného modelu je 756 748.



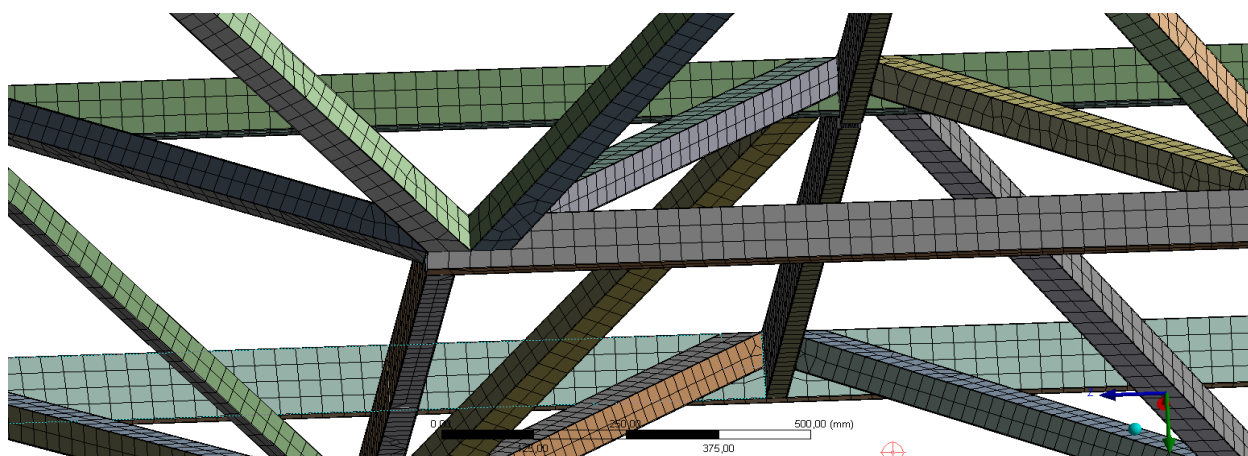
Obrázek 45 - náhled diskretizovaného modelu



Obrázek 46 - diskretizovaný model, náhled



Obrázek 47 - diskretizovaný model, detail 1



Obrázek 48 - diskretizovaný model, detail 2

3.3 Materiálové vlastnosti

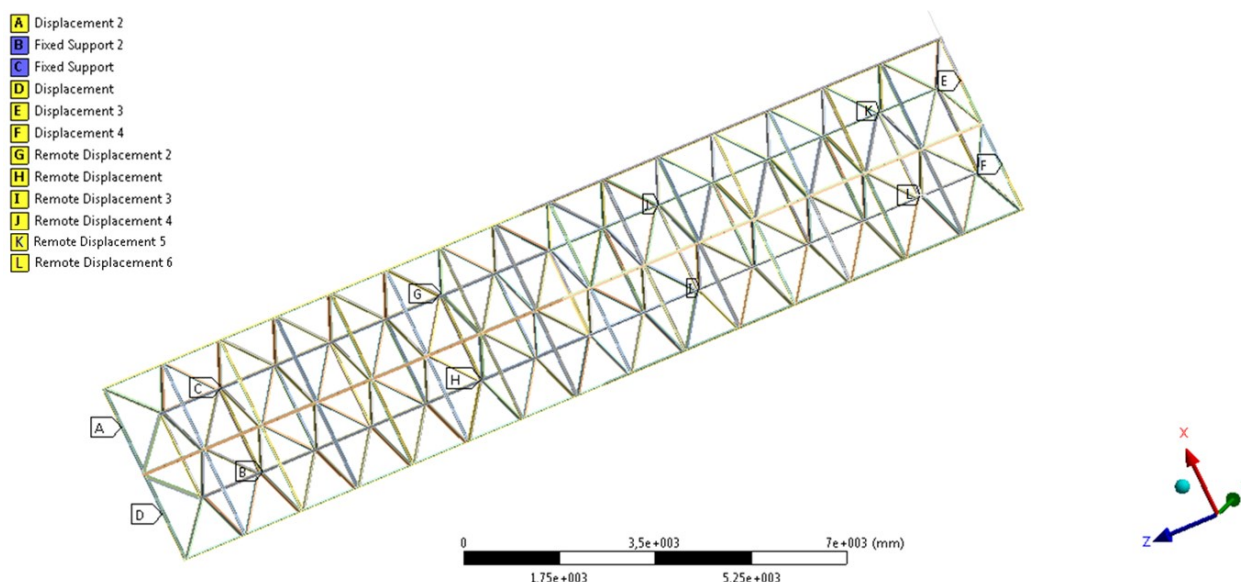
Konstrukce stolu zvedací plošiny je navrhovaná jako ocelová a je zhotovena z materiálu 11 373 (dle ČSN EN 10 027 pod označením S235JR). Materiálové vlastnosti jsou zapsány v tabulce 15.

S235JR			
Název	Jednotka	Označení	Hodnota
Modul pružnosti v tahu	[MPa]	E	$2,1 \cdot 10^5$
Poissonova konstanta	[-]	μ	0,3
Mez kluzu	[MPa]	Re	235

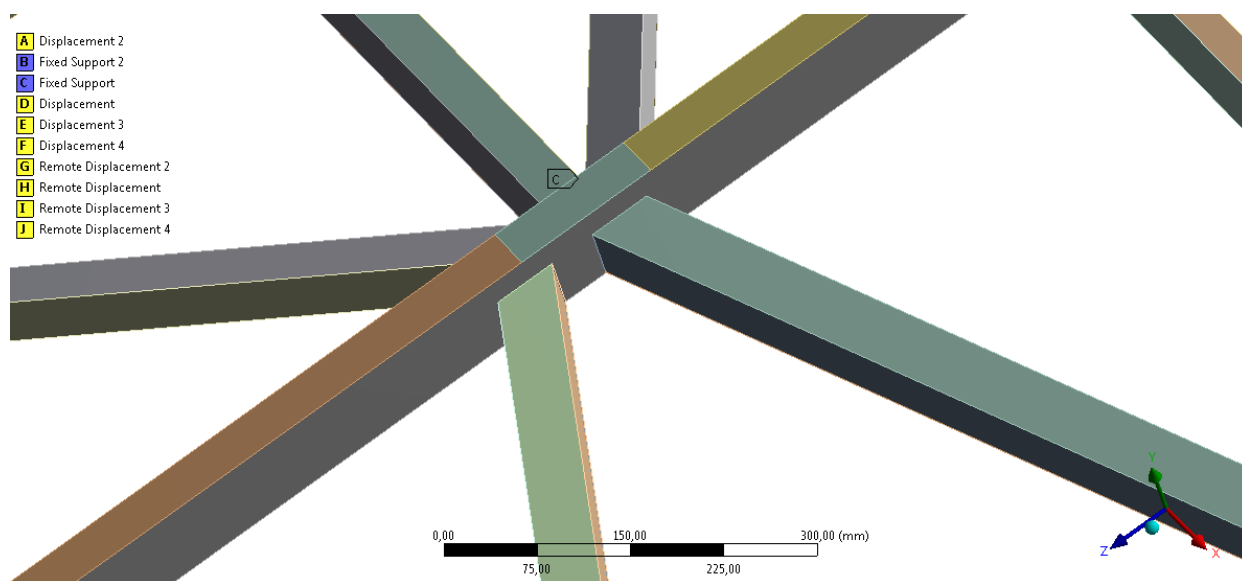
Tabulka 15 - materiálové vlastnosti oceli E295

3.4 Okrajové podmínky

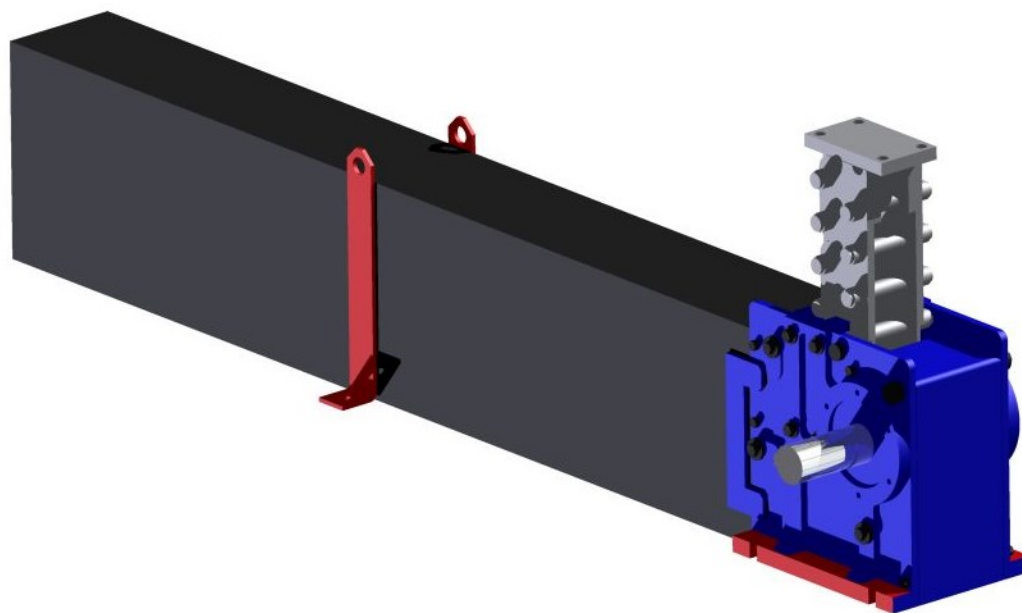
Okrajové podmínky jsou zadány tak, aby co nejvěrněji korespondovali se skutečností. Tyto okrajové podmínky jsou znázorněny na obrázku 49, okrajové podmínky A, D, E a F simulují boční vedení, v těchto místech je tedy umožněn pouze posuv v příčném směru (směr osy x). Okrajové podmínky C, B simulují pevné vetknutí na podporách LinkLift50 (viz obrázek 51) a podpory G, H, J, I, K, L nahrazují posuvnou vazbu. Tyto vazby byly aplikovány na plochy o velikostech 80x130 mm (viz obrázek 50), což odpovídá skutečnosti, neboť i podpora LinkLift50 má dosedací plochy této velikosti.



Obrázek 49 – okrajové podmínky



Obrázek 50 – dosedací plocha (označena C)

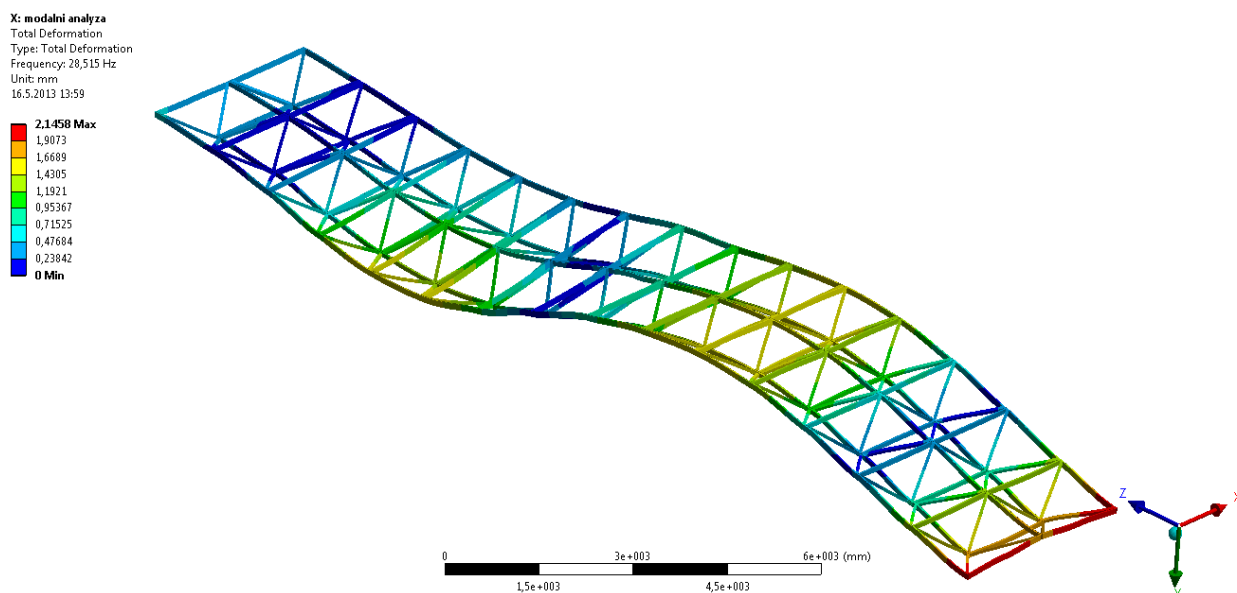


Obrázek 51 - LinkLift50

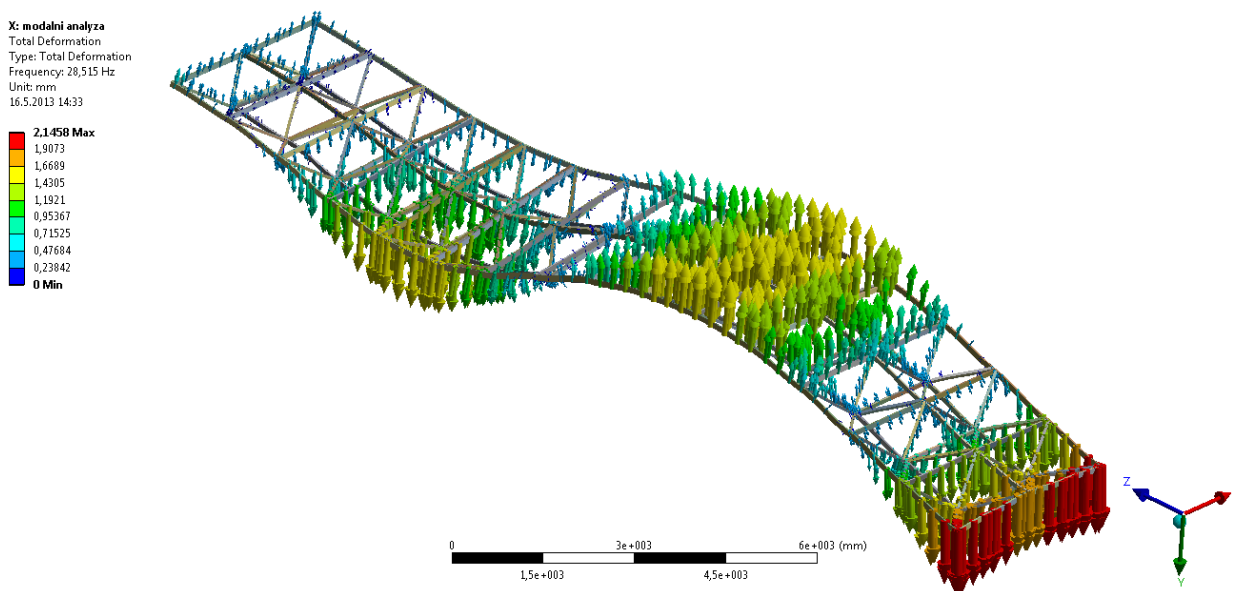
3.5 Modální analýza

Modální analýza byla provedena za účelem zjištění vlastních frekvencí a deformačních tvarů, které mohou nastat, budou-li vybuzeny. Výsledkem je modální model konstrukce stolu, kdy je pomocí módů popsáno dynamické chování konstrukce stolu zvedací plošiny. Z modální analýzy také jednoznačně vidíme místa s maximální výchylkou, můžeme tedy poměrně snadno zjistit kritická místa konstrukce stolu zvedací plošiny. Dále jsme schopni jednoznačně určit provozní stavy, za kterých se konstrukce stolu nesmí provozovat. Dále byla modální analýza provedena z důvodu kontroly správnosti výpočtového modelu, jako

například spojení neutrálních ploch. V neposlední řadě byla tato analýza provedena také pro ověření, že daná konstrukce má vyšší vlastní frekvenci, než stanovená minimální vlastní frekvence (12 Hz). Vybrané příklady vlastních tvarů jsou znázorněny na obrázku 52, 54 a 56, vektorově jsou tyto tvary zobrazeny na obrázcích 53, 55 a 57. Pro lepší přehlednost jsou hodnoty vlastních tvarů zařazeny do tabulky 16.



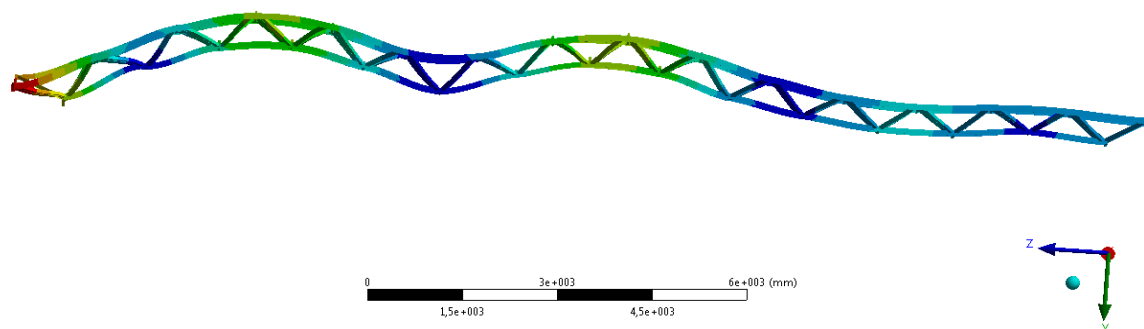
Obrázek 52 - první vybraný vlastní tvar; [Hz]



Obrázek 53 - první vybraný vlastní tvar, vektorové zobrazení; [Hz]

X: modální analýza
Total Deformation 4
Type: Total Deformation
Frequency: 51,506 Hz
Unit: mm
16.5.2013 14:35

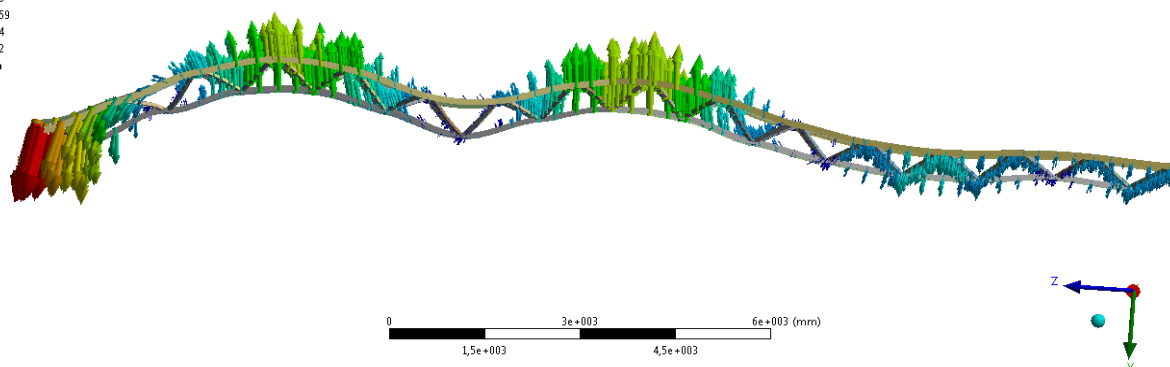
2,6568 Max
2,3616
2,0664
1,7712
1,476
1,1808
0,88559
0,5904
0,2952
0 Min



Obrázek 54 - druhý vybraný vlastní tvar; [Hz]

X: modální analýza
Total Deformation 4
Type: Total Deformation
Frequency: 51,506 Hz
Unit: mm
16.5.2013 14:35

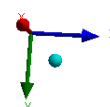
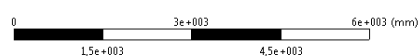
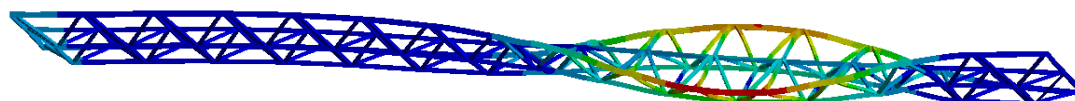
2,6568 Max
(Automatic)
2,0664
1,7712
1,476
1,1808
0,88559
0,5904
0,2952
0 Min



Obrázek 55 - druhý vybraný vlastní tvar, vektorové zobrazení; [Hz]

X: modální analýza
Total Deformation 2
Type: Total Deformation
Frequency: 35,398 Hz
Unit: mm
16.5.2013 14:35

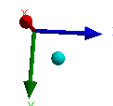
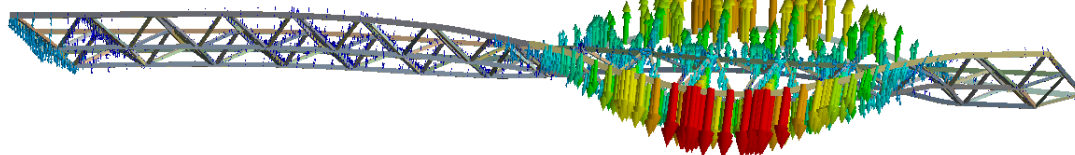
3,5375 Max
3,1444
2,7514
2,3583
1,9653
1,5722
1,1792
0,78611
0,39305
0 Min



Obrázek 56 - třetí vybraný vlastní tvar; [Hz]

X: modální analýza
Total Deformation 2
Type: Total Deformation
Frequency: 35,398 Hz
Unit: mm
16.5.2013 14:36

3,5375 Max
3,1444
2,7514
2,3583
1,9653
1,5722
1,1792
0,78611
0,39305
0 Min



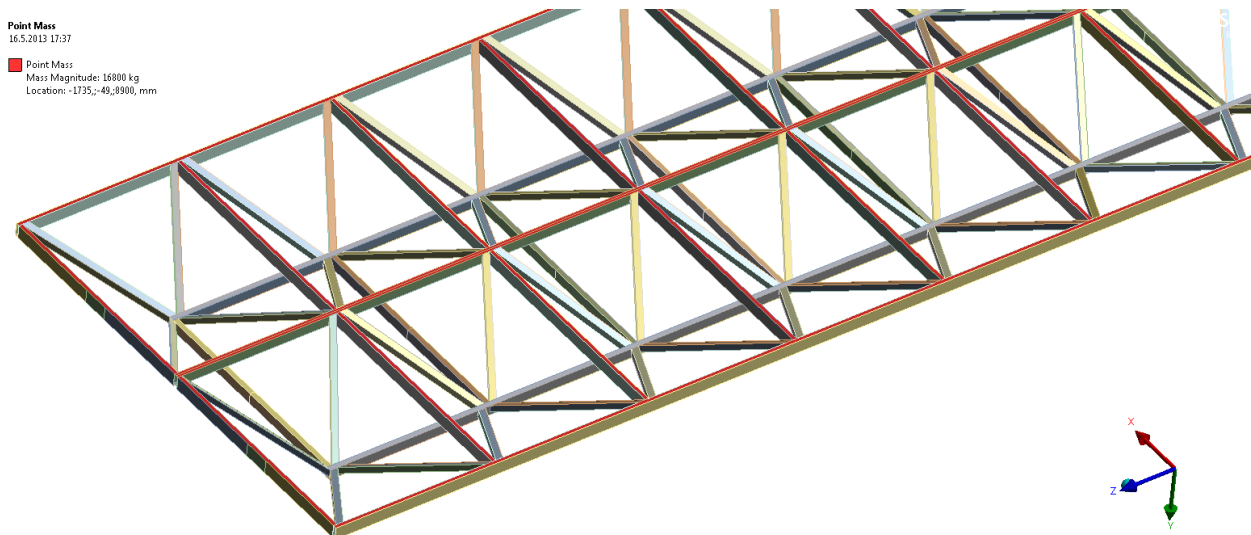
Obrázek 57 - třetí vybraný vlastní tvar, vektorové zobrazení; [Hz]

	Frekvence, [Hz]	Označení
1	28,515	Podélný ohyb konstrukce
2	35,398	Krut konstrukce
3	36,379	Krut konstrukce
4	51,506	Podélný ohyb konstrukce
5	60,802	Podélný ohyb konstrukce
6	61,619	Podélný ohyb konstrukce

Tabulka 16 - Přehled vlastních tvarů a frekvencí

3.6 Zatížení

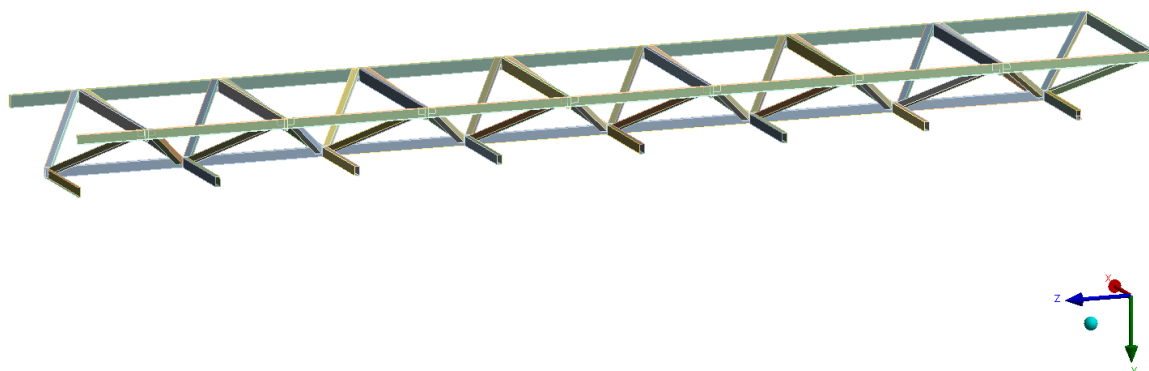
Na konstrukci stolu zvedací plošiny působí dva druhy zatížení a to jednak od výdřevy plošiny a pak také od provozního zatížení. Samotné zatížení od výdřevy činí 1 800 kg a provozní zatížení činí 15 000 kg. Zadání zatížení bylo provedeno pomocí hmotných bodů. Tyto hmotné body byly přiřazeny červeně vyznačeným plochám (viz obrázek 59).



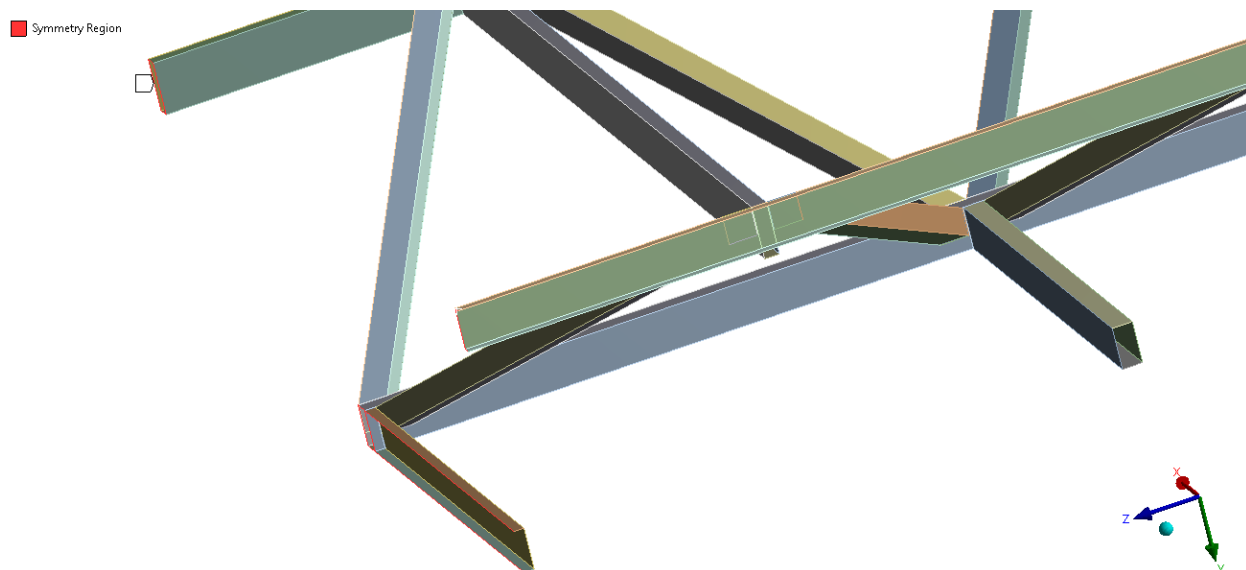
Obrázek 58 - zadání zatížení

3.7 Aplikace symetrie

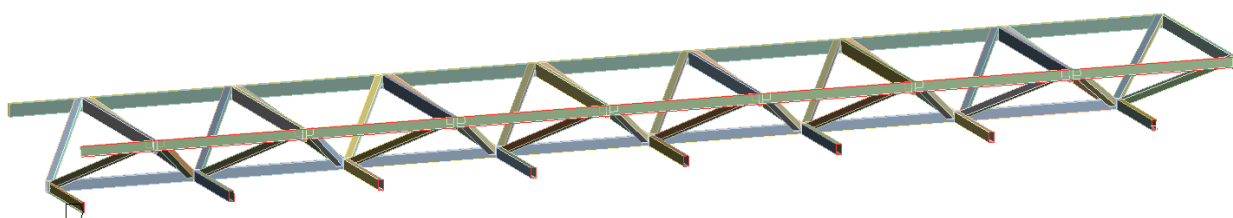
Vzhledem k symetrii modelu lze využít symetrie modelu. V tomto konkrétním případě se využije pouze čtvrtinového modelu, jak je zobrazeno na obrázku 59. Je tedy nutno nastavit dvě osy symetrie, a to vůči ose z (viz obrázek 60) a kolem osy x (viz obrázek 61 a 62) Toto opět stejně jako vhodně zvolený model zkrátí výpočetní čas na přijatelnou hodnotu.



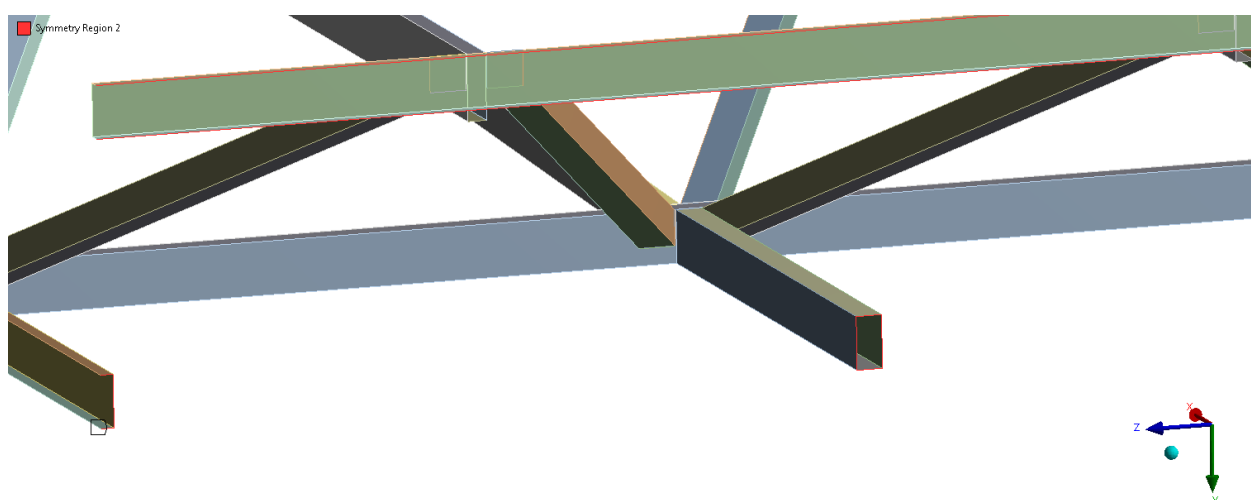
Obrázek 59 - čtvrtinový model



Obrázek 60 - nastavení symetrie k ose z



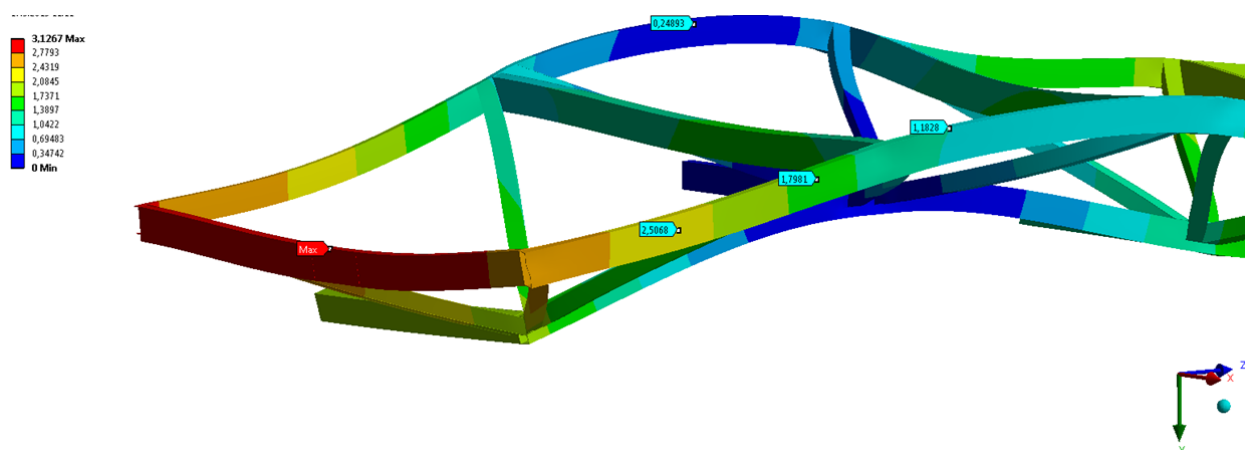
Obrázek 61 - nastavení symetrie k ose x



Obrázek 62 - nastavení symetrie k ose x, detail

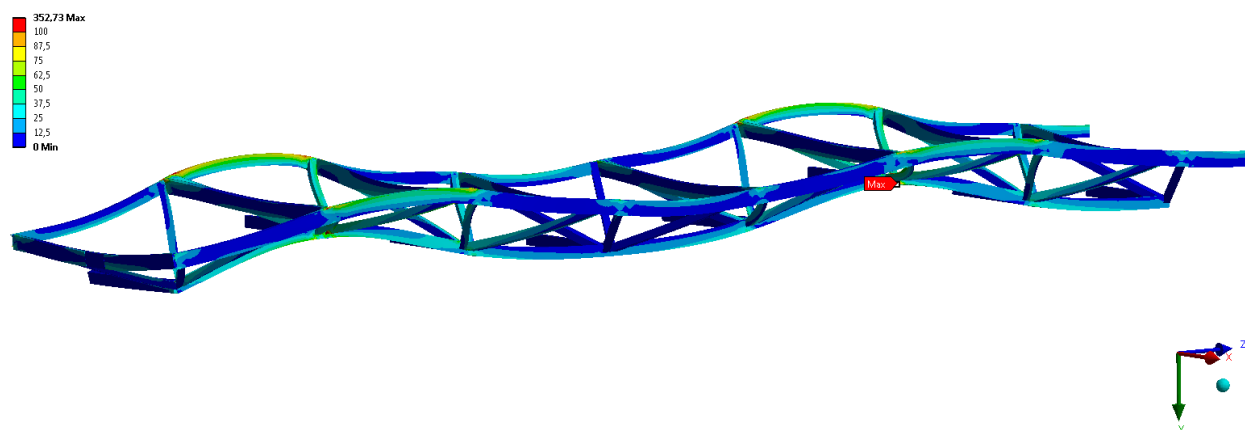
3.8 Pevnostní analýza

Průběh celkového posunutí celé konstrukce je znázorněn na obrázku 63, detailněji zobrazeno na obrázku 64. Maximální hodnota posunutí je 3,1 mm a to v místě vyznačeném nápisem max.



Obrázek 63 - průběh posunutí konstrukce, detail; [mm]

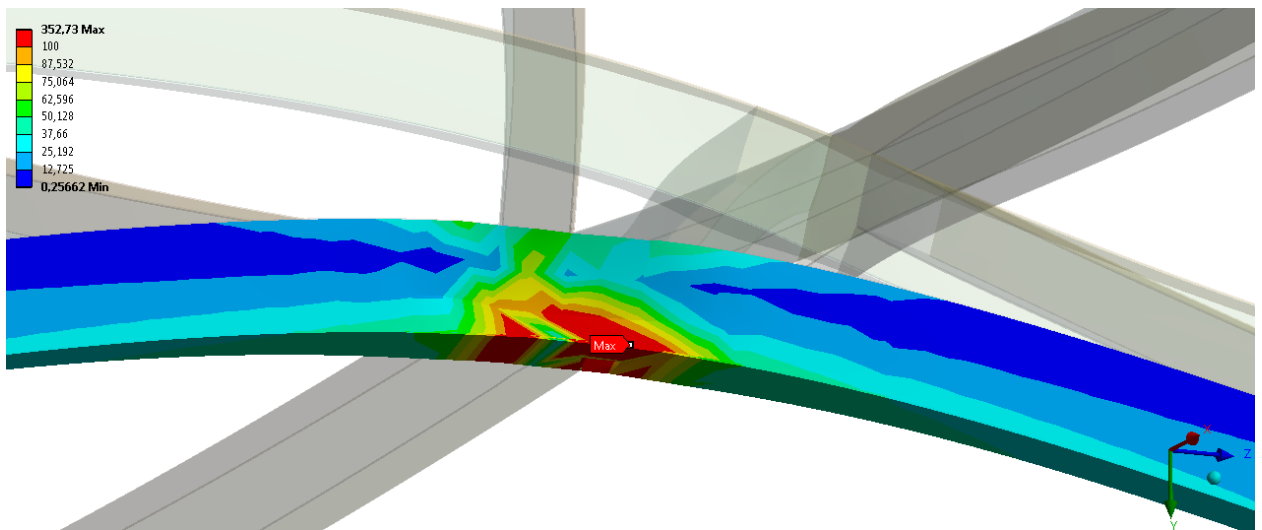
Průběh redukovaného napětí v konstrukci je zobrazen na obrázku 65. Maximální hodnota napětí 352 MPa se nachází na podélném profilu v místě označeném nápisem Max.



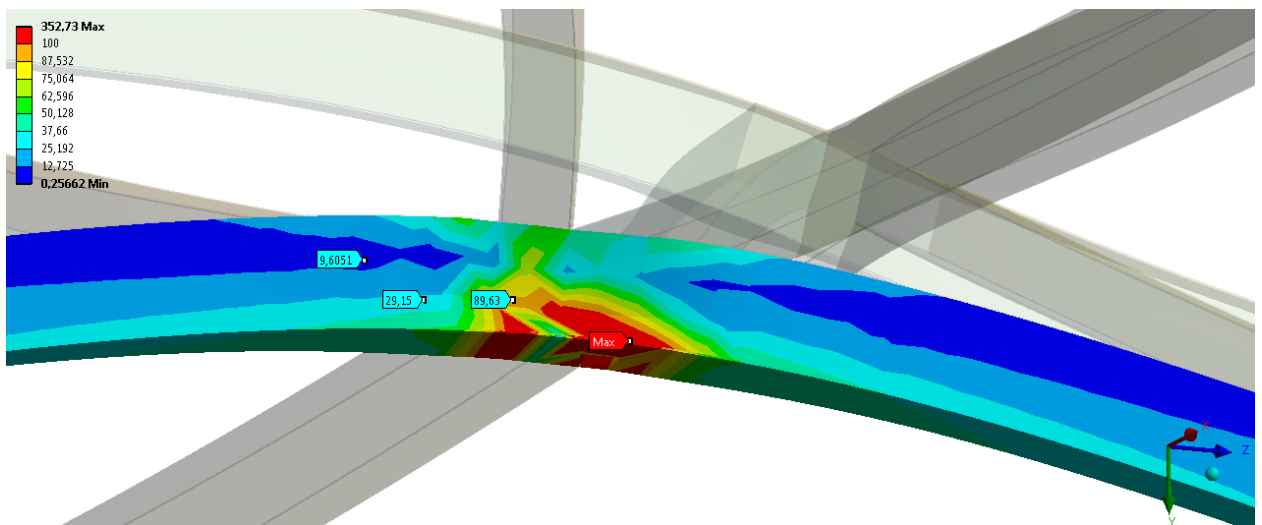
Obrázek 64 - průběh napětí v konstrukci; [MPa]

Detail průběhu redukovaného napětí na podélném profilu je znázorněn na obrázku 66. Na obrázku je jasně vidět vznik špičky napětí. Tato špička je způsobena zjednodušením na skořepinové prvky, dále také vidíme, že tato špička je v místě působení podpory a na ostré hraně neutrální plochy profilu, dochází zde tedy ke vzniku singularity. K posouzení

pevnosti je zapotřebí brát v úvahu výsledek ze vzdálenějšího místa výskytu singularity, kde je napětí 90 MPa (viz obrázek 67).

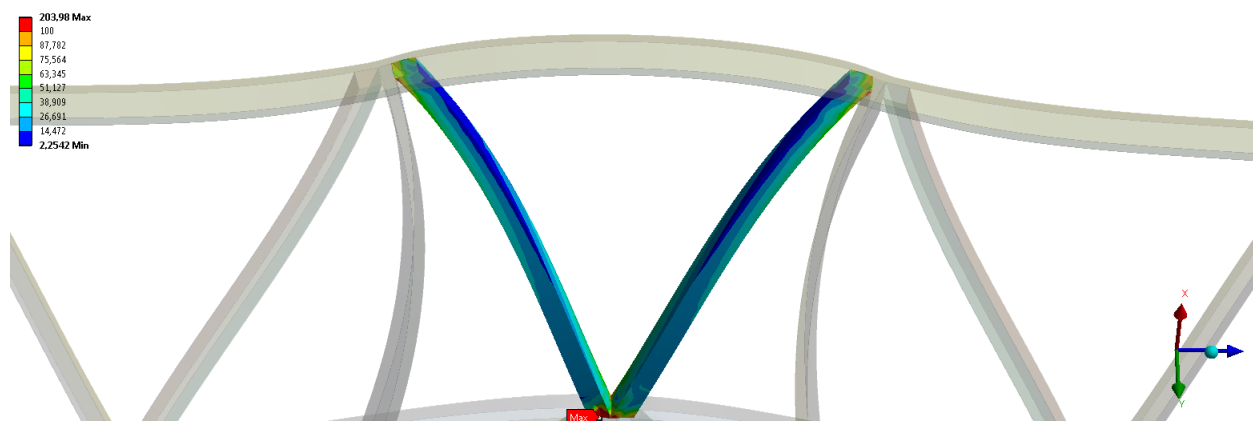


Obrázek 65 - průběh napětí v podélném profilu, detail 1; [MPa]



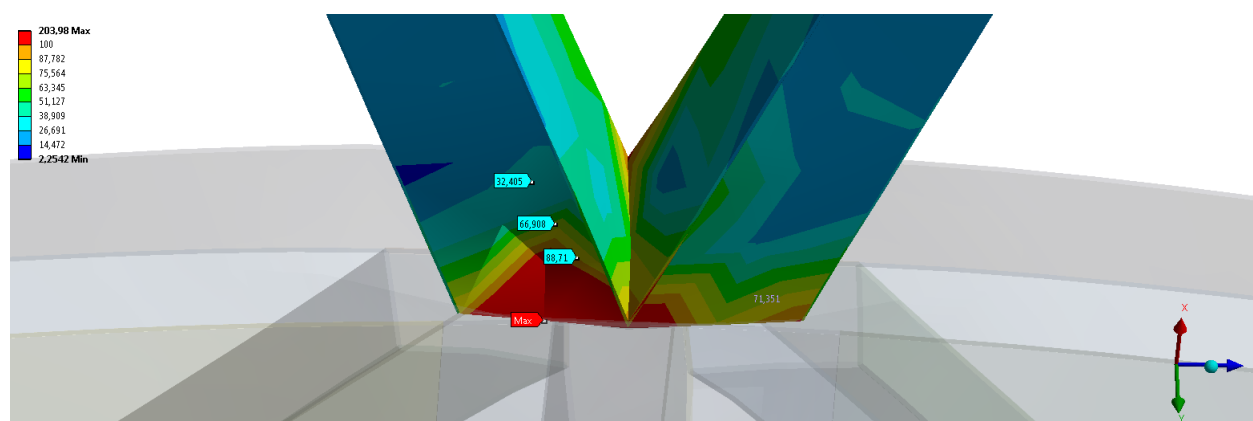
Obrázek 66 - průběh napětí v podélném profilu, detail 2; [MPa]

Průběh napětí na přilehlých diagonálách je zobrazen na obrázku 68. Maximální hodnota napětí je v místě navázání na podélný profil, hodnota maximálního napětí je 204 MPa v místě označeném nápisem max.



Obrázek 67 - průběh napětí na diagonálách; [MPa]

Z detailu průběhu napětí znázorněném na obrázku 69, je vidět že toto napětí je opět v místě singularity, vezme-li se v úvahu napětí v místě vzdálenějším této singularity, vidíme že hodnota napětí nepřekročí 90 MPa.



Obrázek 68 - průběh napětí na diagonálách, detail; [MPa]

3.9 Shrnutí dosažených výsledků

Po navržení a přiřazení jednotlivých profilů, potažmo průřezů u jednotlivých variant návrhů konstrukce stolu zvedací plošiny vidíme rozdílné hodnoty posunutí konstrukce a průběhy redukovaného napětí. Varianta č. 1 je zhotovena z normalizovaných profilů ČSN EN 10 219-2obdélníkového průřezu. Pro podélný a příčný obvod jsou vybrány profily o rozměrech 120x40x3 a 200x40x3. Pro stojiny jsou použity dva druhy profilů, jedním je profil rozměrech 60x30x2 a druhým je profil o rozměrech 30x30x2. Pro svislé diagonály jsou použity profily 60x30x2 a pro vrchní výztužné diagonály jsou navrženy profily 35x20x2. Celková váha této varianty činí 1 134,1 kg a hodnota vlastní frekvence je 21,659 Hz. Maximální hodnota celkového posunutí konstrukce je 2,6967 mm na příčném profilu

obvodového rámu. Maximální hodnota redukovaného napětí je 52,286 MPa. U varianty č. 2 jsou pro obvodový rám použity profily o rozměrech 80x60x2, 140x60x5, na stojiny jsou navrženy profily 60x60x3, na diagonály profily 60x40x2 a pro výztužné diagonály profily o rozměrech 35x20x2. Celková hmotnost činí 1 899,5 kg a hodnota vlastní frekvence je 22,27 Hz. Maximální hodnota posunutí konstrukce je 3,0316 mm na příčném profilu. Maximální hodnota redukovaného napětí je 39,855 MPa. U varianty č. 3 jsou pro obvodový rám použity profily o rozměrech 80x60x2, 140x60x5, stojiny jsou z profilů o rozměrech 60x60x2. Výztužné diagonály jsou zhotoveny z profilů o rozměrech 60x40x2. Celková hmotnost této konstrukce je 1 900,1 kg. Hodnota vlastní frekvence konstrukce stolu zvedací plošiny 23,37 Hz. Maximální hodnota celkového posunutí konstrukce je 2,9864 mm. Maximální hodnota redukovaného napětí je 45,485 MPa. U varianty č. 4 jsou pro obvodový rám použity profily o rozměrech 120x40x3, 200x100x5, 80x30x3, stojiny jsou vyrobeny z profilů o rozměrech 60x60x2. Diagonály mají rozměry 40x30x2. Šikmé diagonály jsou z profilu o rozměrech 200x100x5. Vrchní výztužné diagonály zhotoveny z obdélníkového profilu 60x60x2. Celková váha této varianty činí 2 481,7 kg a hodnota vlastní frekvence je 24,405 Hz. Maximální hodnota celkového posunutí konstrukce je 3,0426 mm na obvodového rámu. Maximální hodnota redukovaného napětí je 59,455 MPa. U varianty č. 5 jsou pro obvodový rám použity profily o rozměrech 80x40x2, 100x30x2 a na výztužné diagonály jsou použity profily o rozměrech 50x50x2. Celková váha této varianty činí 1 072,8 kg a hodnota vlastní frekvence je 30,389 Hz. Maximální hodnota celkového posunutí konstrukce je 2,7235 mm na obvodového rámu. Maximální hodnota redukovaného napětí je 73,581 MPa. U varianty č. 6 jsou pro obvodový rám použity profily o rozměrech 80x40x2, 120x40x3, výztužné diagonály jsou zhotoveny z profilu o rozměrech 60x60x2 a stojiny jsou vyrobeny z profilů o rozměrech 60x60x2. Celková váha této varianty činí 1 456,4 kg a hodnota vlastní frekvence je 29,203 Hz. Maximální hodnota celkového posunutí konstrukce je 2,59 mm na obvodového rámu. Maximální hodnota redukovaného napětí je 67,965 MPa. Vybraná varianta byla dále zpracována. Byla pevnostně a tuhostně analyzována v konečnoprvkovém programu ANSYS Workbench 14. Byl použit shellový model, který byl oproti 3D modelu výrazně zjednodušen. Pro tuto analýzu byl použit čtvrtinový model, takže bylo možné provést analýzu na dostatečně jemné síti s přijatelným výpočetním časem. Hodnota celkového posunutí konstrukce stolu při použití shellového modelu je 3,11 mm. Proti hodnotě celkového posunutí při použití nosníkových prvků 2,7235 mm se jedná o rozdíl 14%. Vidíme, že tento rozdíl je značný, proto se nosníkové modely používají pro prvotní návrhy a pro přesnější modely se dále

používají analýzy na shellových případně solidových modelech. Hodnota redukovaného napětí na vybraném shellovém modelu nepřesahuje hodnotu 90 MPa. Z průběhu napětí vidíme vznik špiček, tyto špičky jsou jednak vzniklé použitou formulací u daného typu prvku a jednak vznikem možných singularit, proto je zapotřebí pro posouzení dbát zřetel na velice citlivé posuzování a vyhodnocování hodnot napětí.

Seznam použité literatury

- [1] ANSYS, Inc. *ANSYS Release 14.0 Documentation*. SAP IP, Inc., 2009. Dostupné v elektronické podobě jako součást softwaru ANSYS 14.0.
- [3] KOLÁŘ, V; NĚMEC, I.; KANICKÝ, V. *FEM - Principy a praxe metody konečných prvků*. 1. vyd. Praha: Computer Press, 1997. 401 s. ISBN 80-7226-021-9.
- [3] COOK, R. D. *Finite Element Modeling for Stress Analysis*. 1st edition.. New York: Wiley & sons, 1995. 320 s. ISBN 0-471-10774-3.
- [4] KUČERA, J. *Stručný úvod do mechaniky lomu. Část I, Vruby a trhliny, nestabilní lom*. 1. Vyd. Ostrava: Vysoká škola báňská, 1993, 106 s. ISBN 80-7078-218-8
- [5] KOLÁŘ, V; NĚMEC, I.; KANICKÝ, V. *FEM - Principy a praxe metody konečných prvků*. 1. vyd. Praha: Computer Press, 1997. 401 s. ISBN 80-7226-021-9.
- [6] LEINVEBER J., VÁVRA P. *Strojnické tabulky*. 2.vyd. Úvaly: Albra, 2005. 908 s. ISBN 80-7361-011-6.
- [7] LENERT, J. *Úvod do metody konečných prvků*. 1. vyd. Ostrava: VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA, 1995. 110 s. ISBN 80-7078-686-8.
- [8] VINOGRADOV, O. *Fundamentals of Kinematics and Dynamics of Machines and Mechanisms*. London: CRC Press, 2000. ISBN 0-849-3025-79.
- [9] MI21 [online]. Last revision 13. 6. 2011. [cit 24.2.2013]. Dostupné z: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/pruznost_a_pevnost.pdf
- [10] ČVUT [online]. Last revision 11.7.2008. [cit 3.4.2013]. Dostupné z: <https://mech.fsv.cvut.cz/homeworks/student/SMA2/MM1.JPG>

Závěr

Diplomová práce se zabývala návrhem geometrie, následným určením konkrétních druhů profilů s následným přiřazením jednotlivých průřezů při zadaných vnějších rozměrech.

V teoretické části byly rozepsány a vysvětleny všechny potřebné znalosti týkající se dané problematiky. Byly vysvětleny pojmy jako například nosník, střednice, vysvětlen rozdíl mezi staticky určitou a staticky neurčitou úlohou. Dále byl vysvětlen princip analytické metody. S touto problematikou byl dále vysvětlen postup pro určení rovnice diferenciální čáry, potažmo deformace při ohybu. V případě kdy se jednalo o soustavu staticky neurčitou, byla rozepsána jedno z možností jak takovouto soustavu řešit a dojít k neznámé reakční síle pomocí Castiglianovy věty. Na základě těchto znalostí byla provedena aplikace analytické metody na vybrané úloze, kde byly všechny výše uvedené teoretické znalosti aplikovány, konkrétně byla použita Clebschowa metoda. Pro ověření správnosti bylo řešení ověřeno pomocí silové metody a pomocí metody konečných prvků. Výsledky byly srovnány a na takto jednoduché úloze byl rozdíl ve výsledcích zanedbatelný (1,1%).

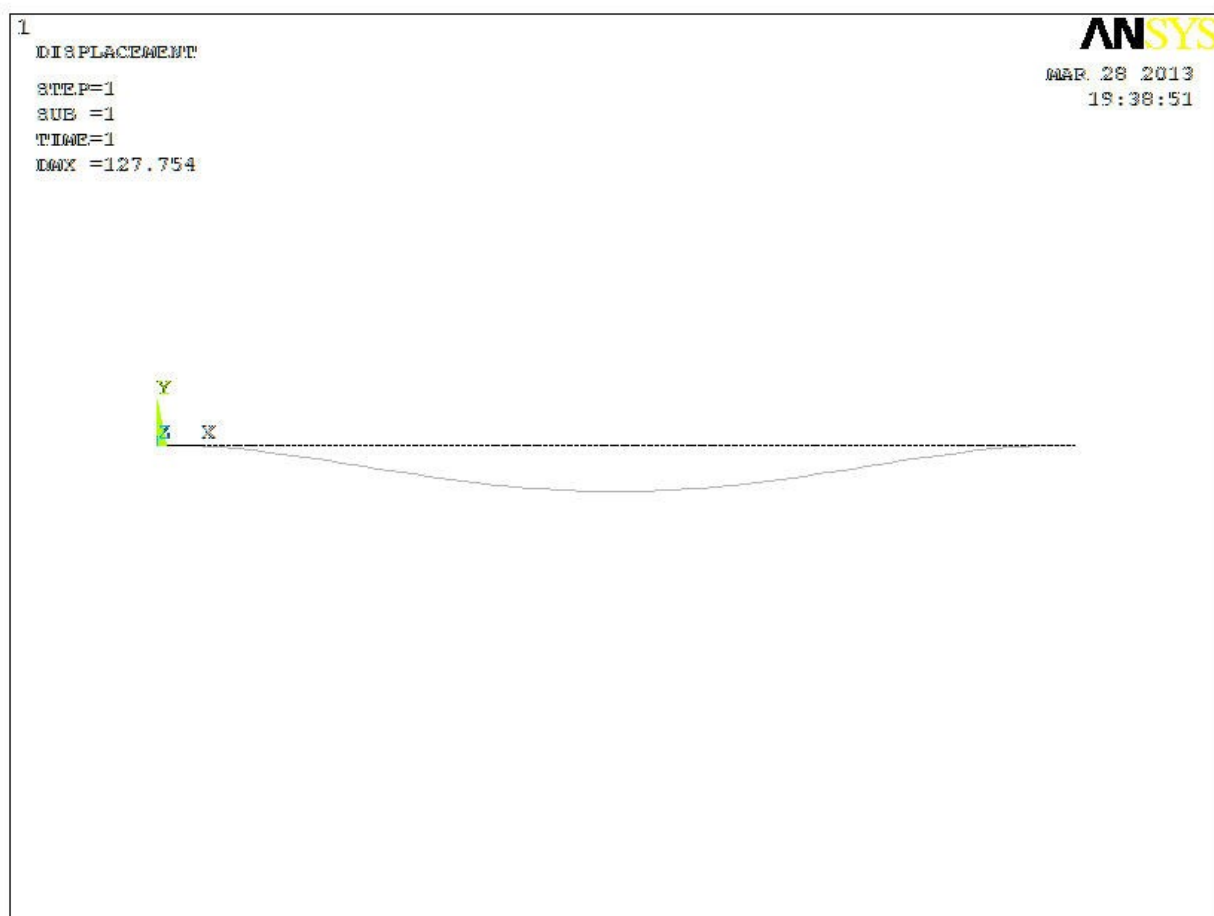
Pro určení rozmístění podpor konstrukce stolu zvedací plošiny byl předveden další možný způsob určení rozmístění těchto podpor. Z celkových možných 244 kombinací byla vybrána optimální varianta. Závislost průhybu na rozmístění podpor byla pro lepší přehlednost vynesena do grafu (viz obrázek 26). Na základě určení rozmístění podpor bylo následně navrženo a analyzováno několik možných variant konstrukce stolu zvedací plošiny. Tyto varianty byly mezi sebou porovnány a optimální varianta byla vybrána pomocí rozhodovací matice. Vybraná varianta byla následně vymodelována jako 3D model, tento model byl poté upraven a převeden na skořepinové prvky. Výsledkem této analýzy je modální model pro zjištění vlastních frekvencí a tvarů, celkový průběh posunutí konstrukce stolu zvedací plošiny a průběh redukovaného napětí (dle hypotézy HMM). Nejnižší vlastní frekvence konstrukce stolu je 28,51 Hz. Celkové posunutí konstrukce stolu činí 3,11 mm. Maximální redukované napětí v konstrukci nepřesahuje 90 MPa, což vzhledem k použitému materiálu konstrukce (ocel S235JR) je s koeficientem bezpečnosti 2,6 vůči mezi kluzu vyhovující.

Přílohy

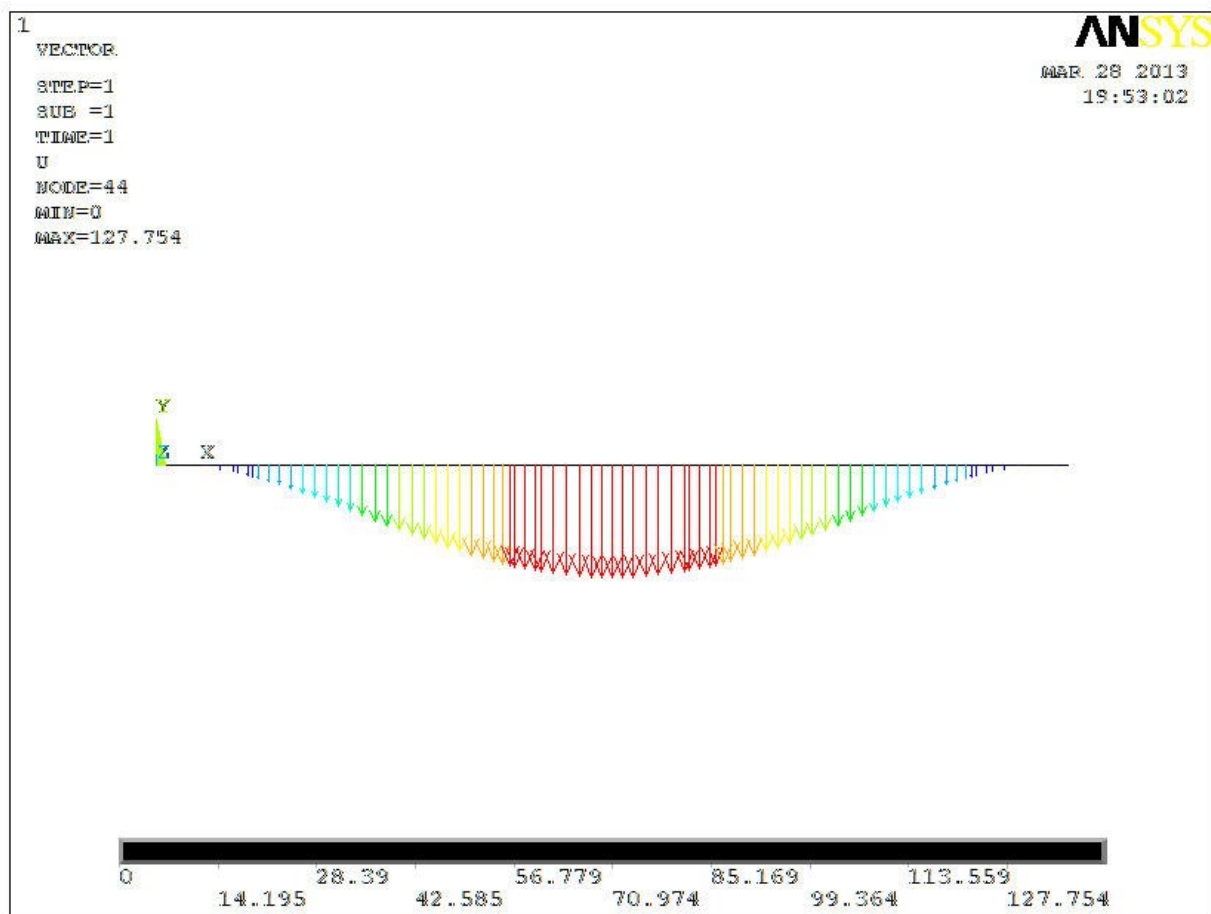
4.1 Rozmístění podpor (mm)

Podpory 0 – 500 – 17 300 – 17 800

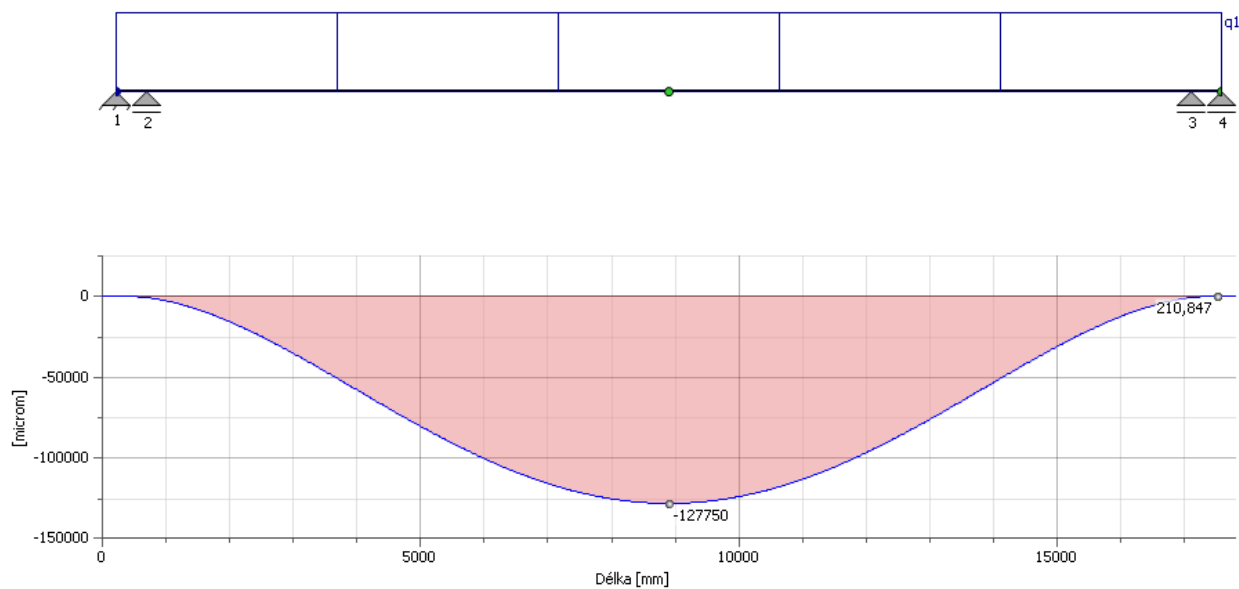
Rozmístění podpor a tvary deformace jsou znázorněny na obrázcích 4.1 až 4.3.



obrázek 4. 1 – tvar deformace



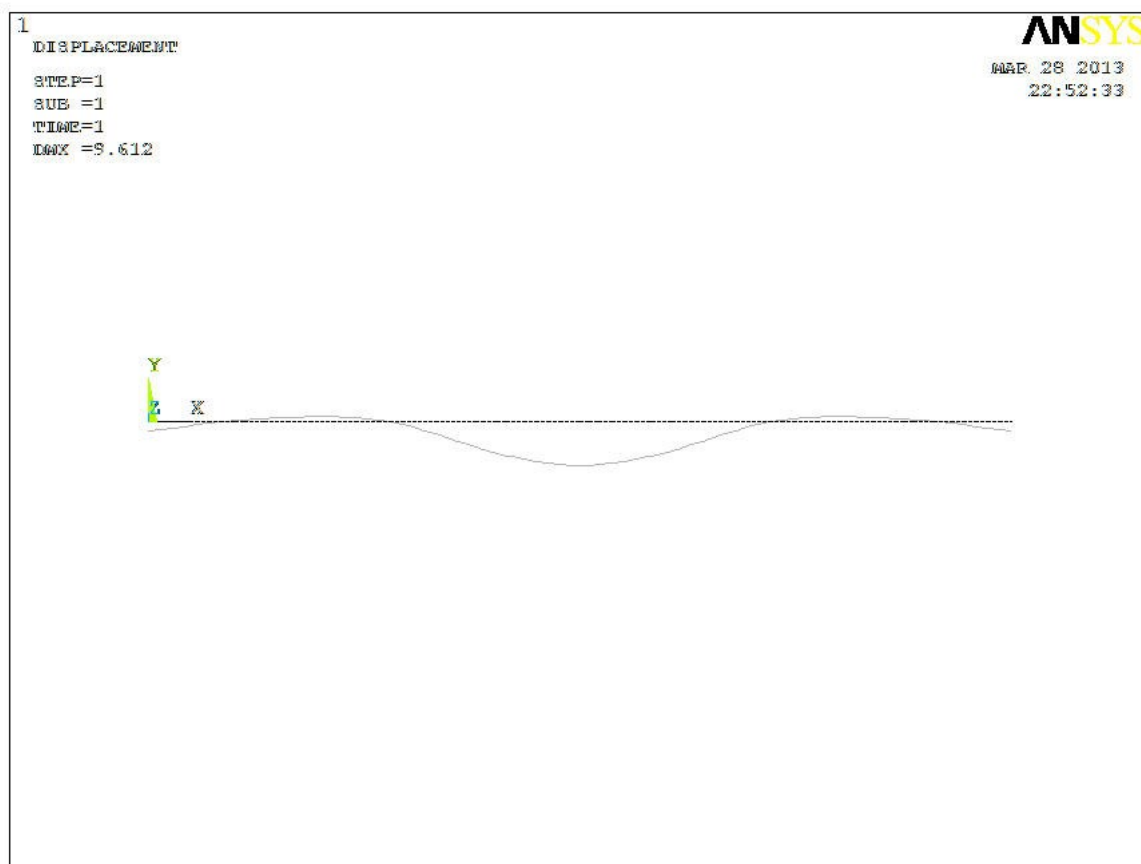
obrázek 4. 2 - tvar deformace, vektorové zobrazení



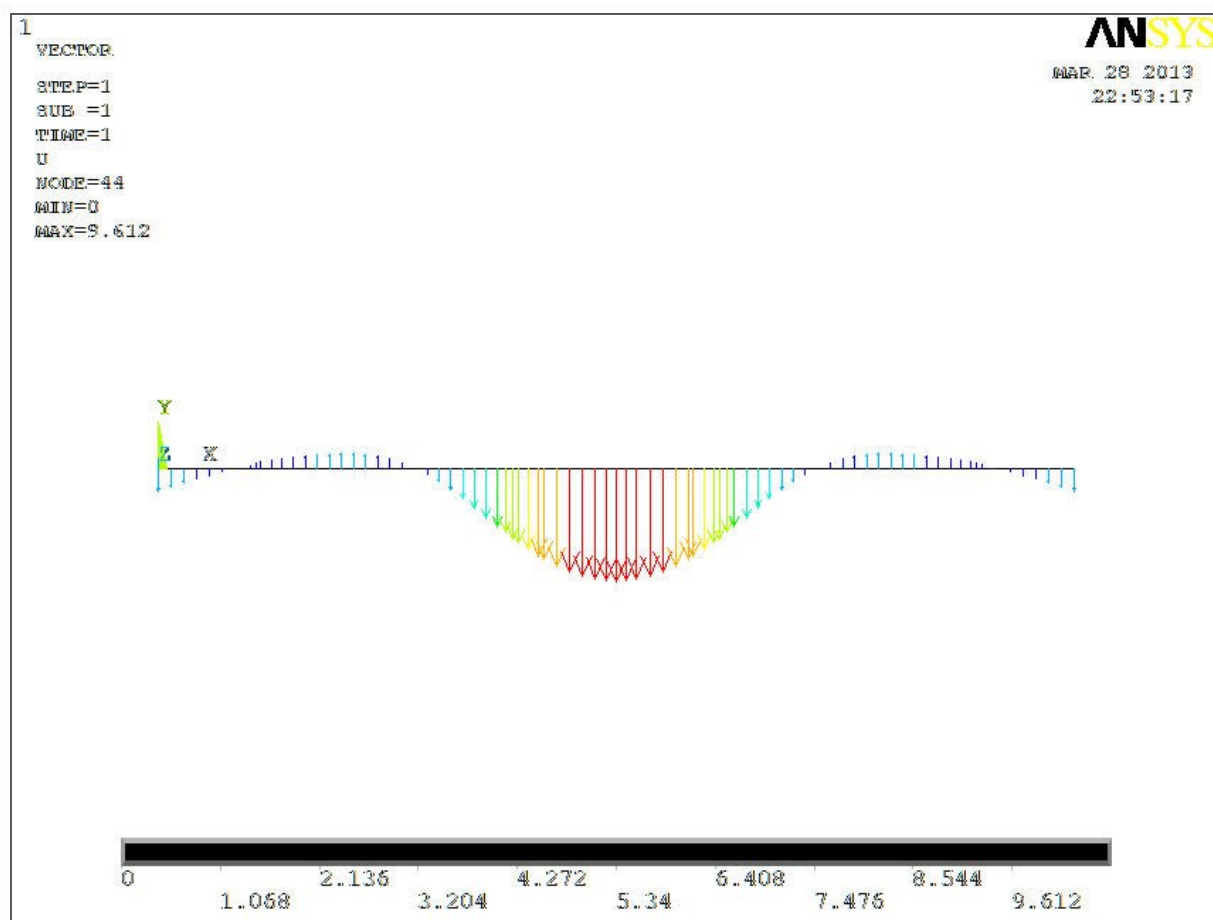
obrázek 4. 3 - náhled rozmístění podpor, tvar deformace

Podpory 0 – 1 500 – 5 000 – 12 800 – 16 300

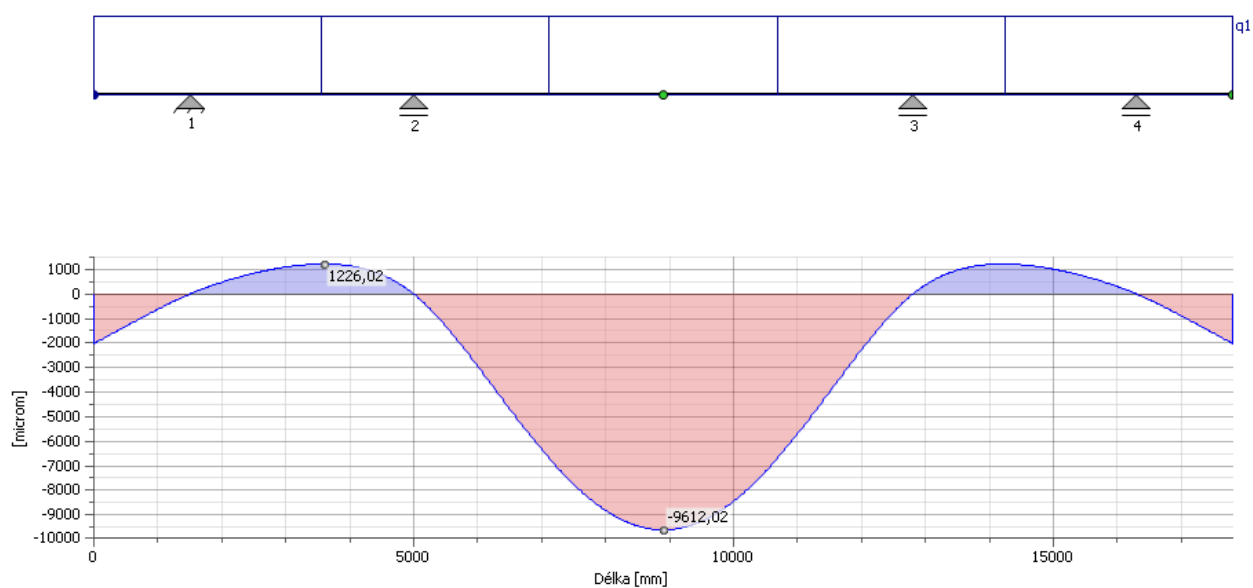
Rozmístění podpor a tvary deformace jsou znázorněny na obrázcích 4.4 až 4.6.



obrázek 4. 4 - tvar deformace



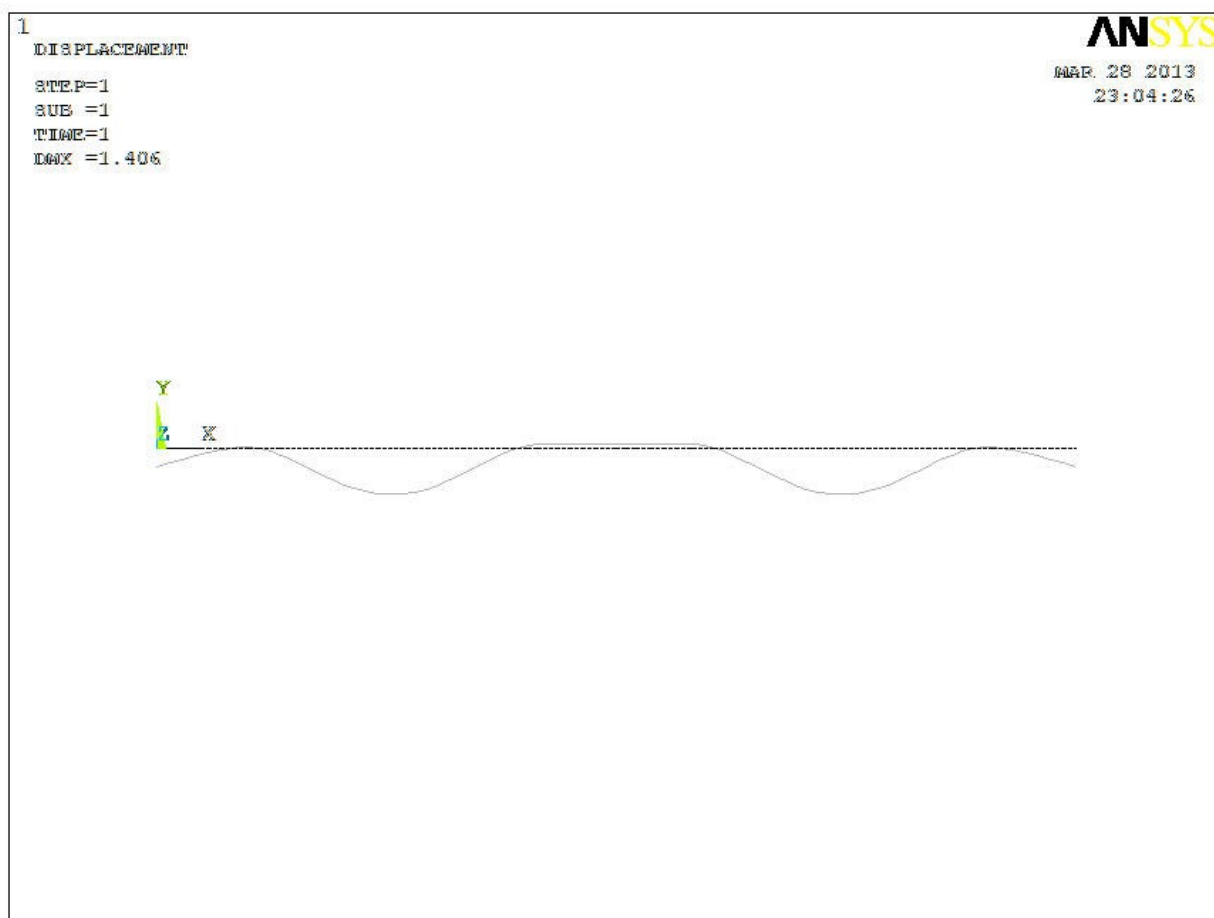
obrázek 4. 5 - tvar deformace, vektorové zobrazení



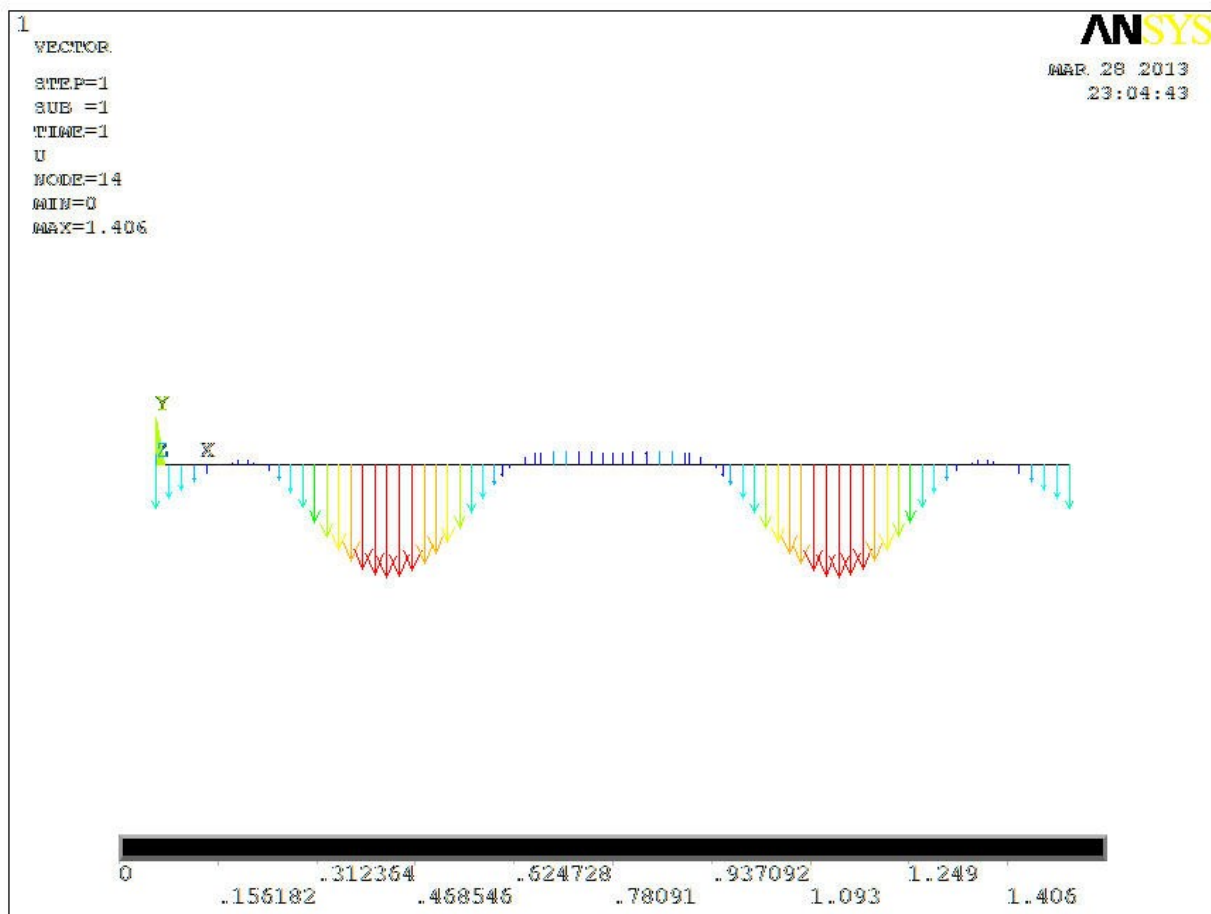
obrázek 4. 6 - náhled rozmístění podpor, tvar deformace

2000 – 7000 – 10 800 – 15 800

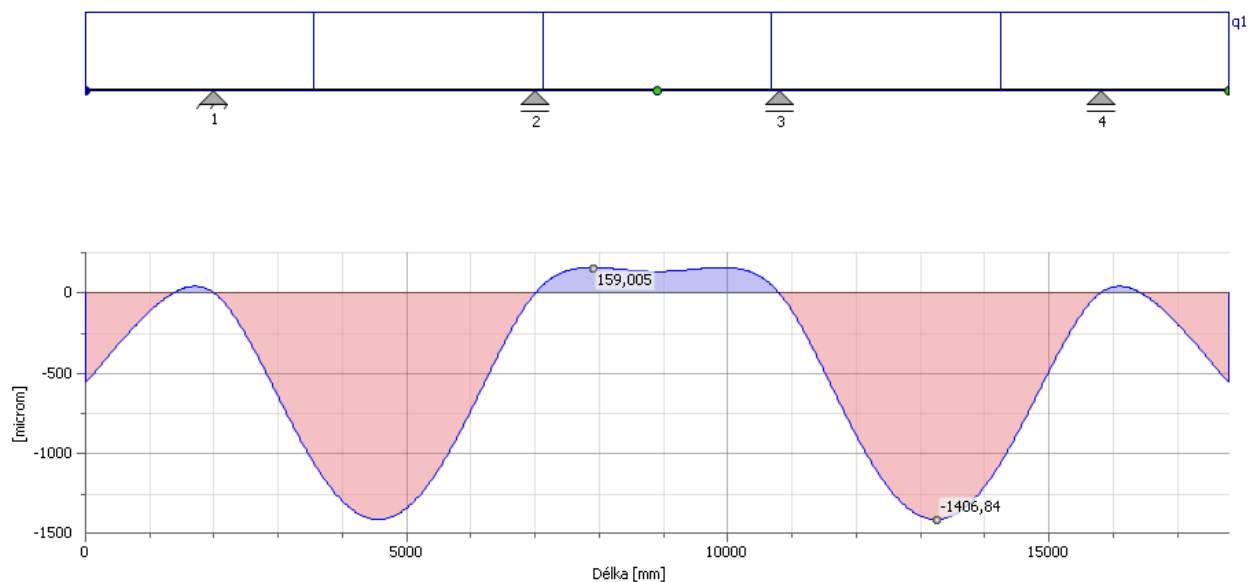
Rozmístění podpor a tvary deformace jsou znázorněny na obrázcích 4.7 až 4.9.



obrázek 4. 7 - tvar deformace



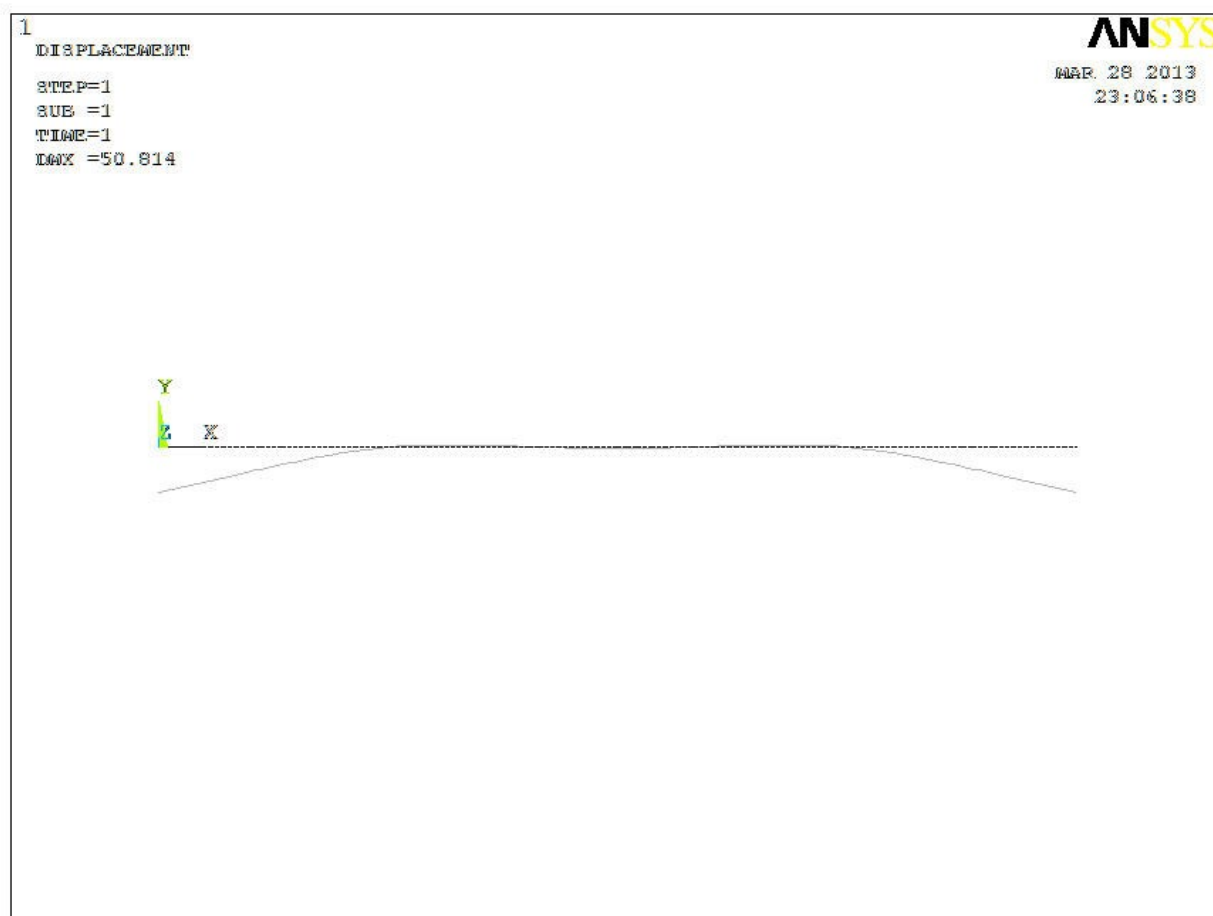
obrázek 4. 8 - tvar deformce, vektorové zobrazení



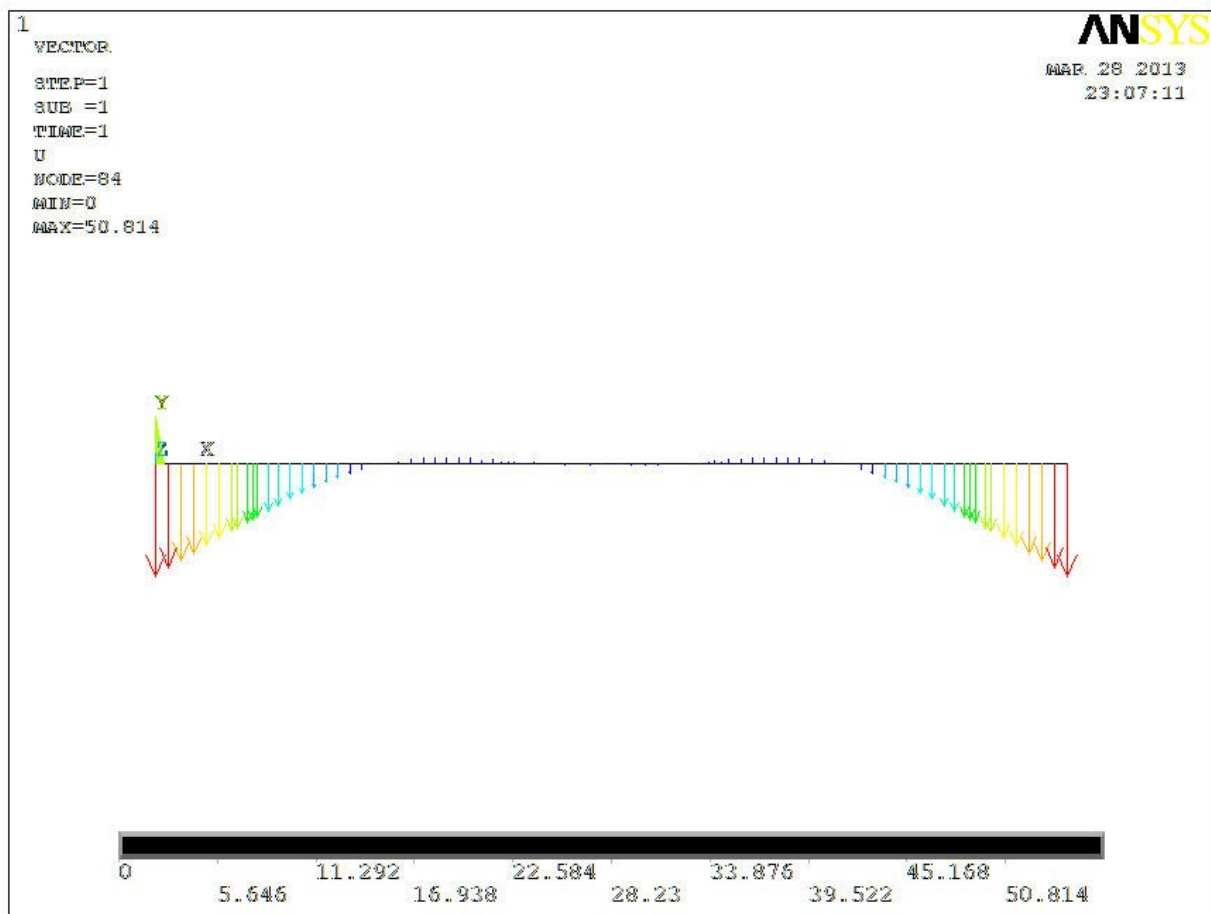
obrázek 4. 9 - náhled rozmístění podpor, tvar deformace

4 500 – 7 500 – 10 300 – 3 300

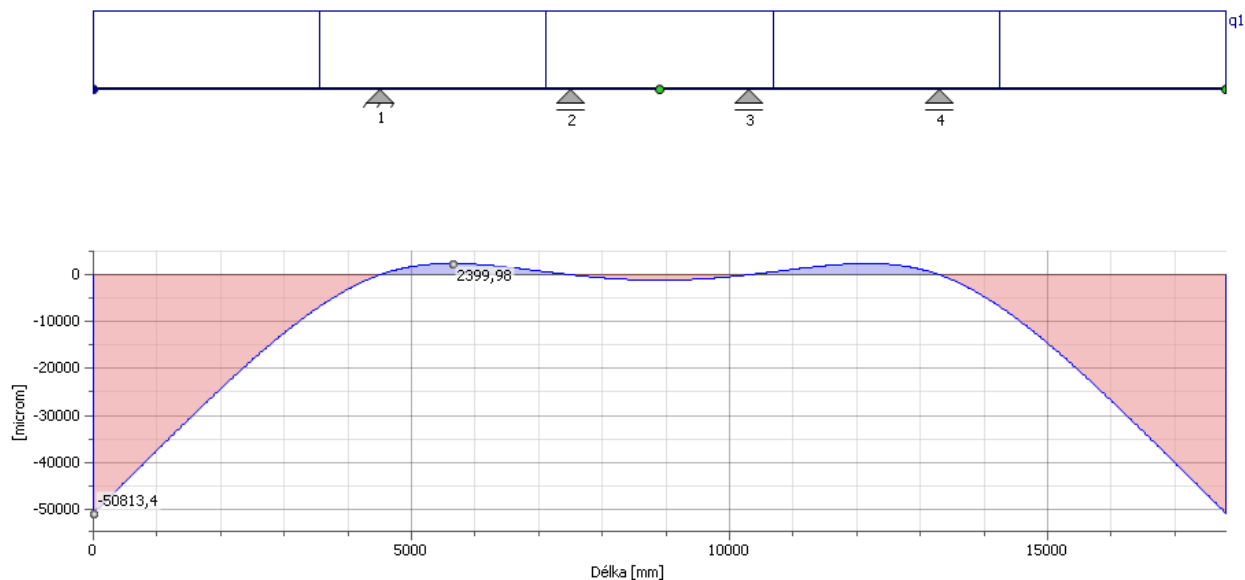
Rozmístění podpor a tvary deformace jsou znázorněny na obrázcích 4.10 až 4.12.



obrázek 4. 10 - tvar deformace



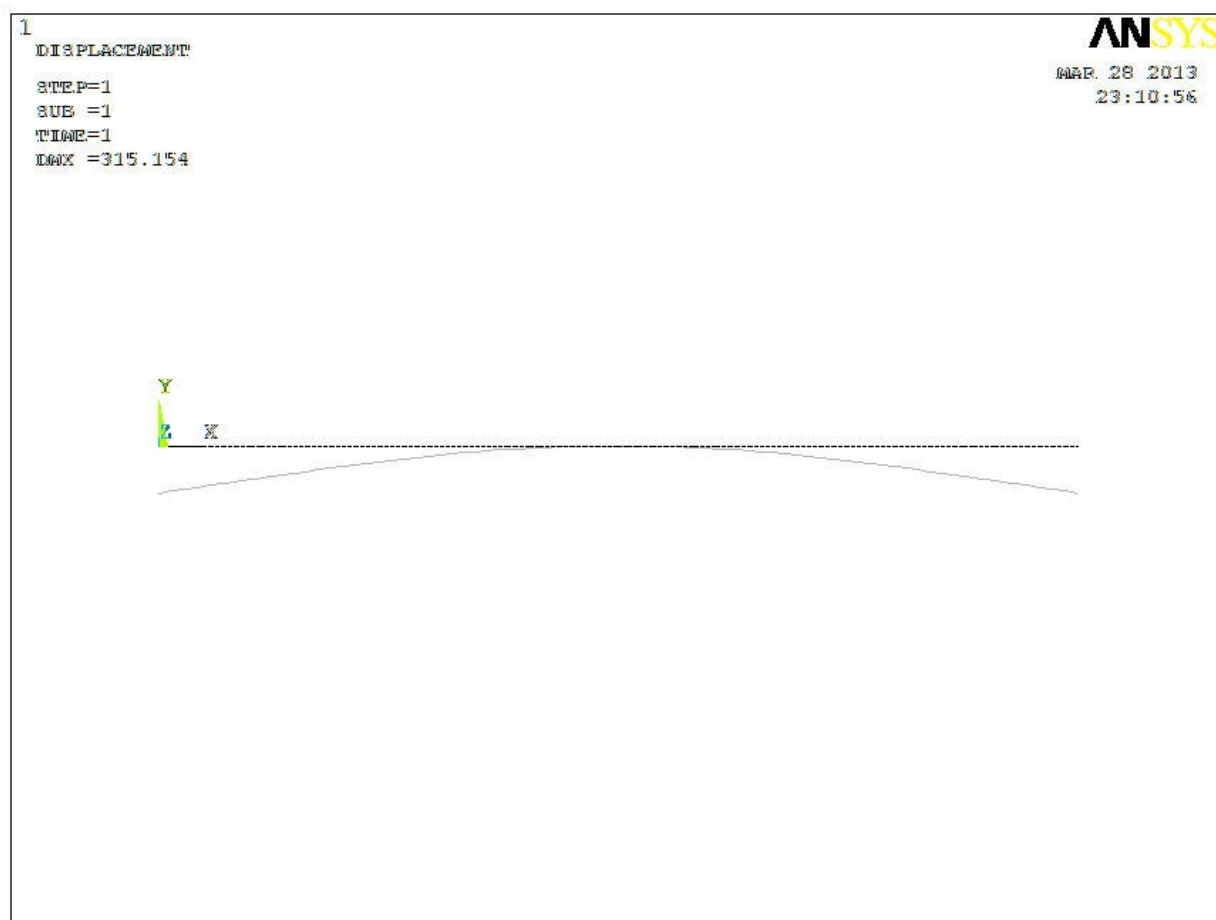
obrázek 4. 11 - tvar deformace, vektorové zobrazení



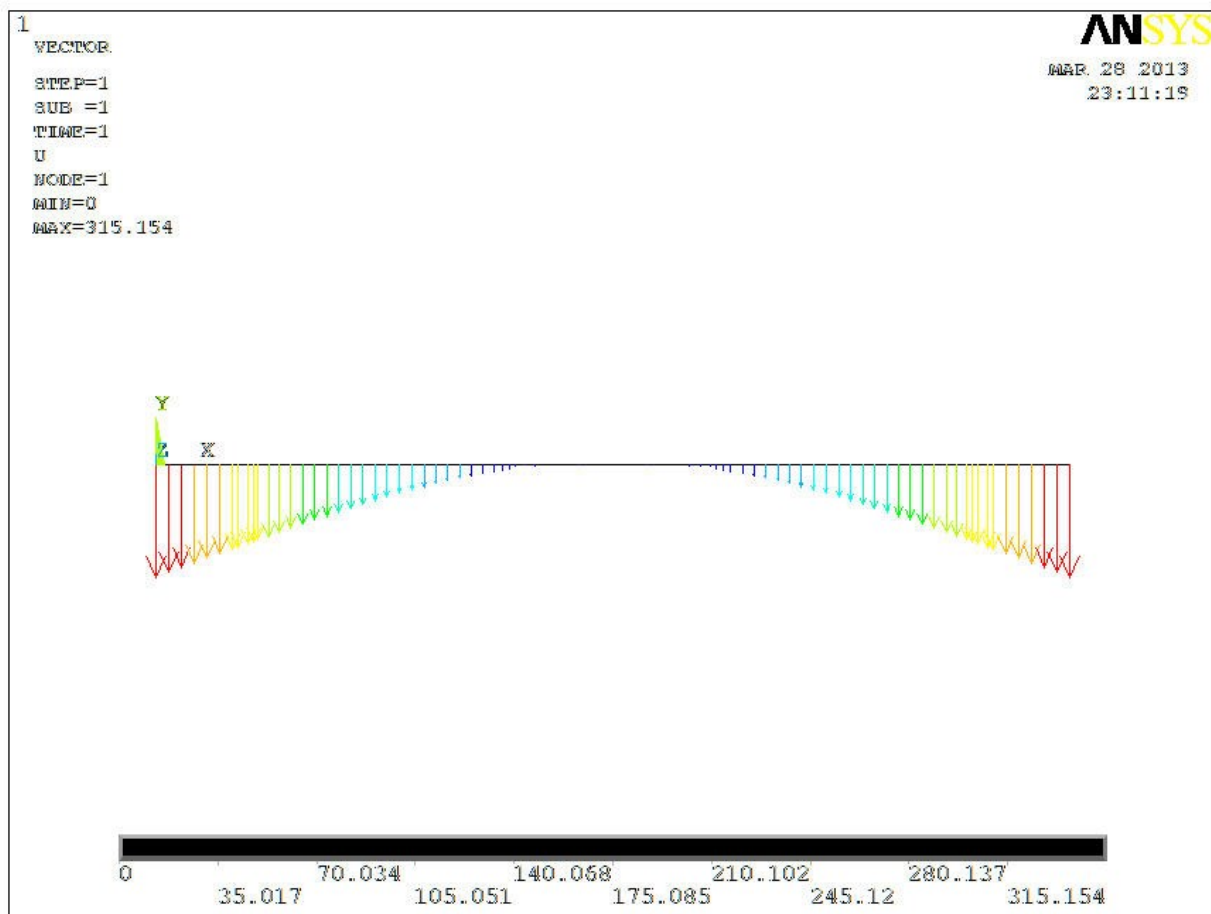
obrázek 4. 12 - náhled rozmístění podpor, tvar deformace

8 000 – 8 500 – 9 300 – 9 800

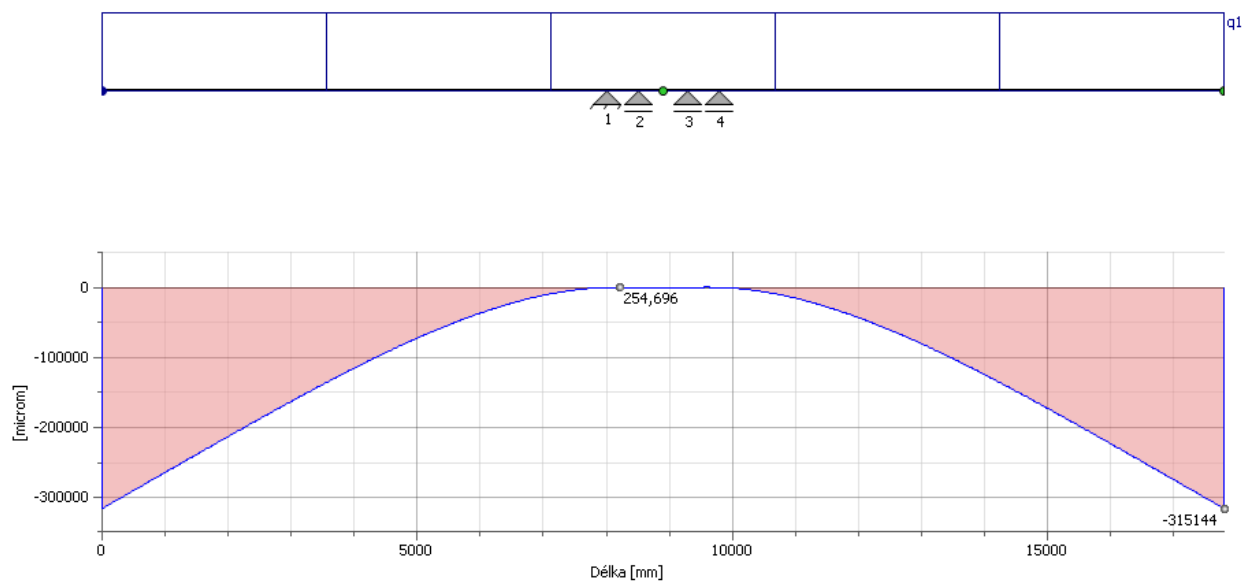
Rozmístění podpor a tvary deformace jsou znázorněny na obrázcích 4.13 až 4.15.



obrázek 4. 13 - tvar deformace



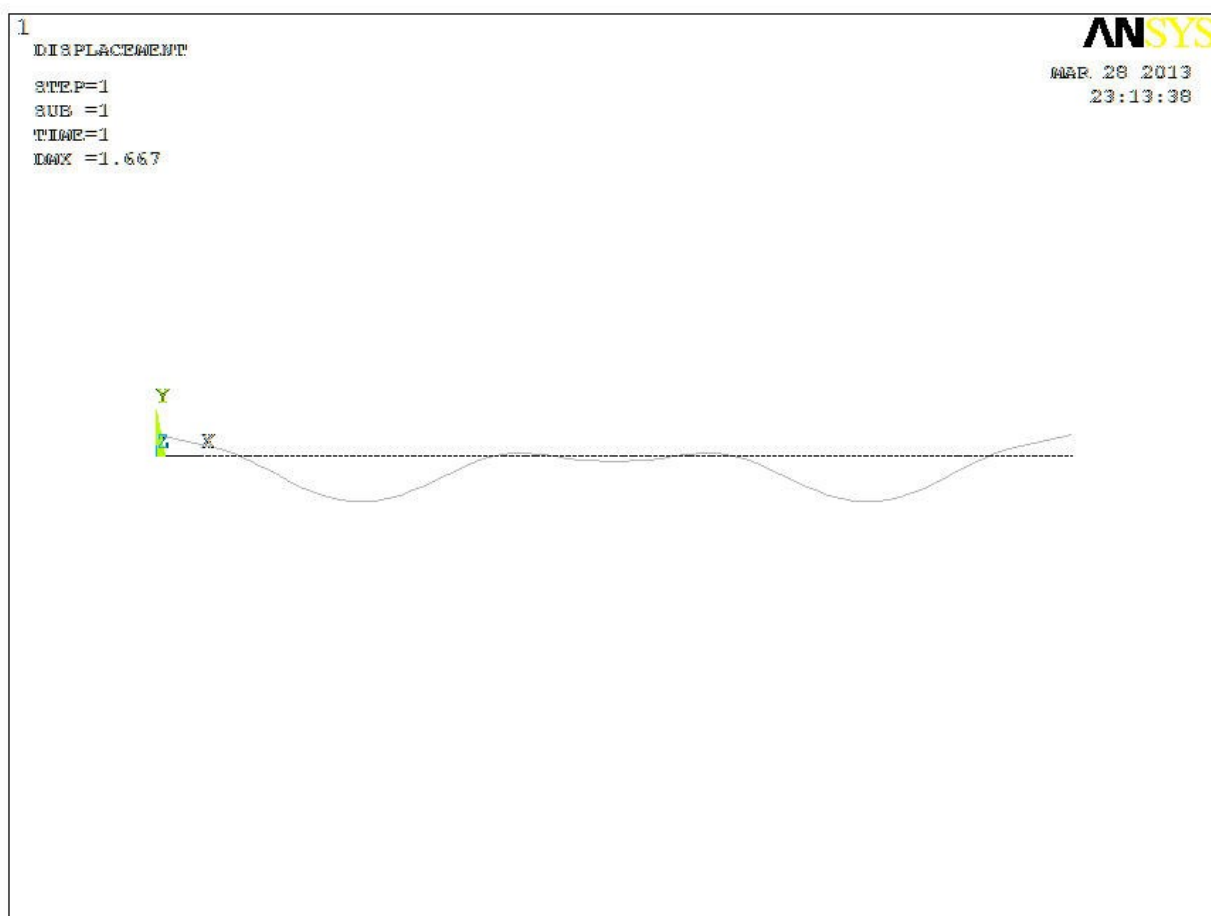
obrázek 4. 14 - tvar deformace, vektorové zobrazení



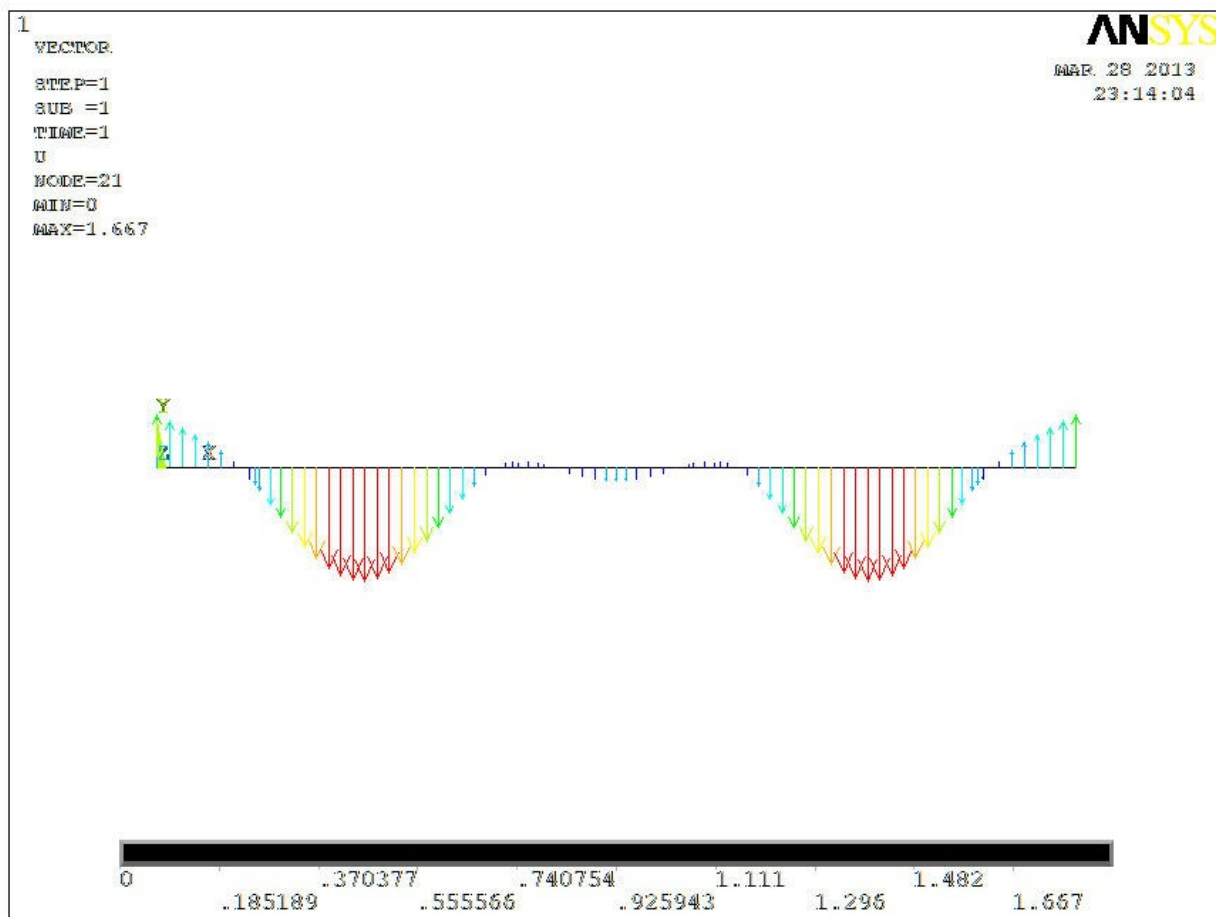
obrázek 4. 15 - náhled rozmístění podpor, tvar deformace

1 600 – 6 600 – 11 200- 16 200

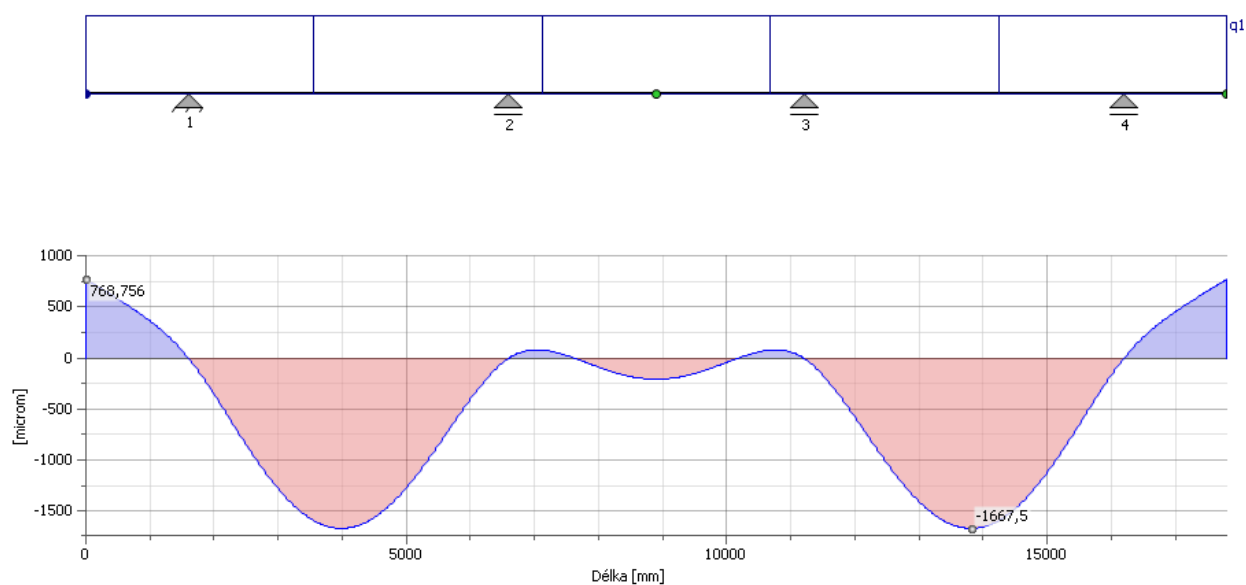
Rozmístění podpor a tvary deformace jsou znázorněny na obrázcích 4.16 až 4.18.



obrázek 4. 16 - tvar deformace



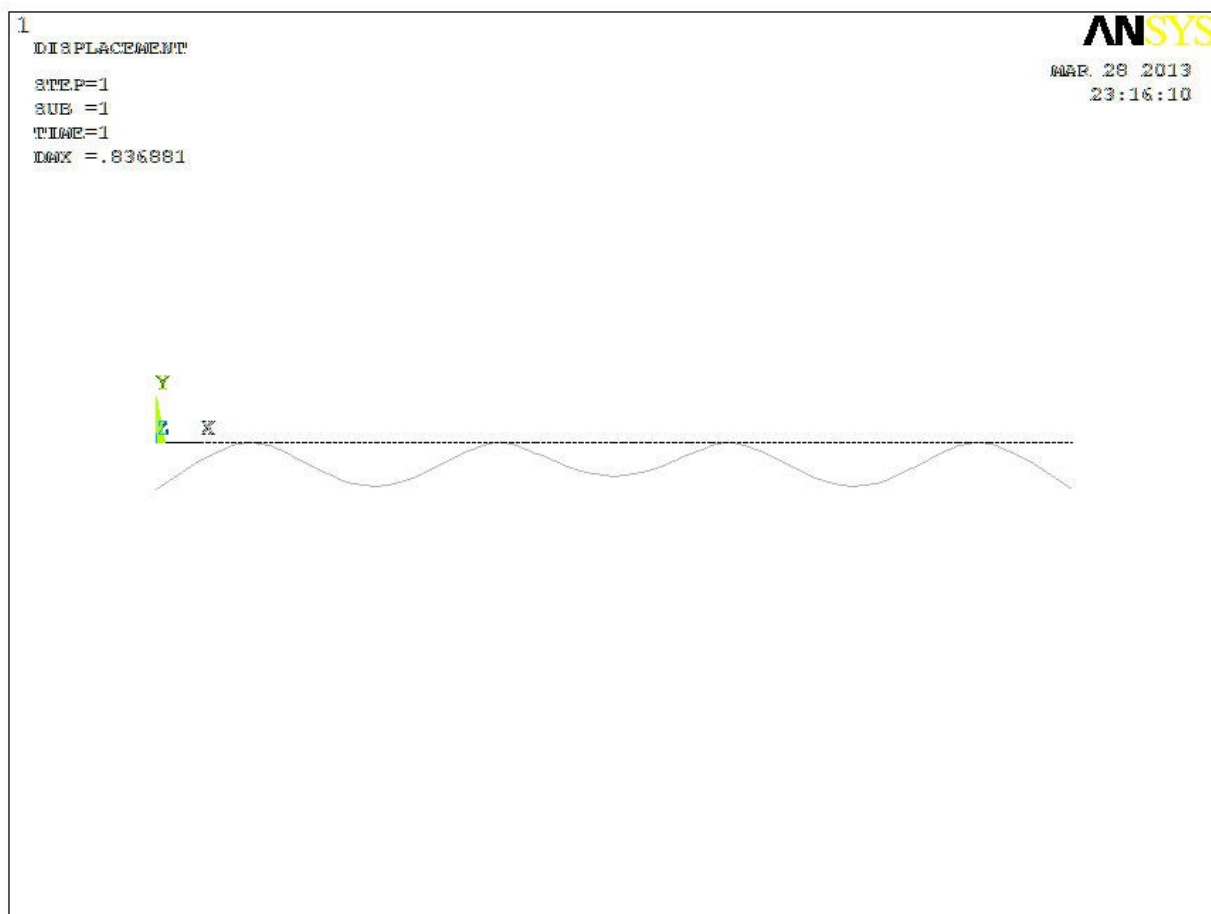
obrázek 4. 17 - tvar deformace, vektorové zobrazení



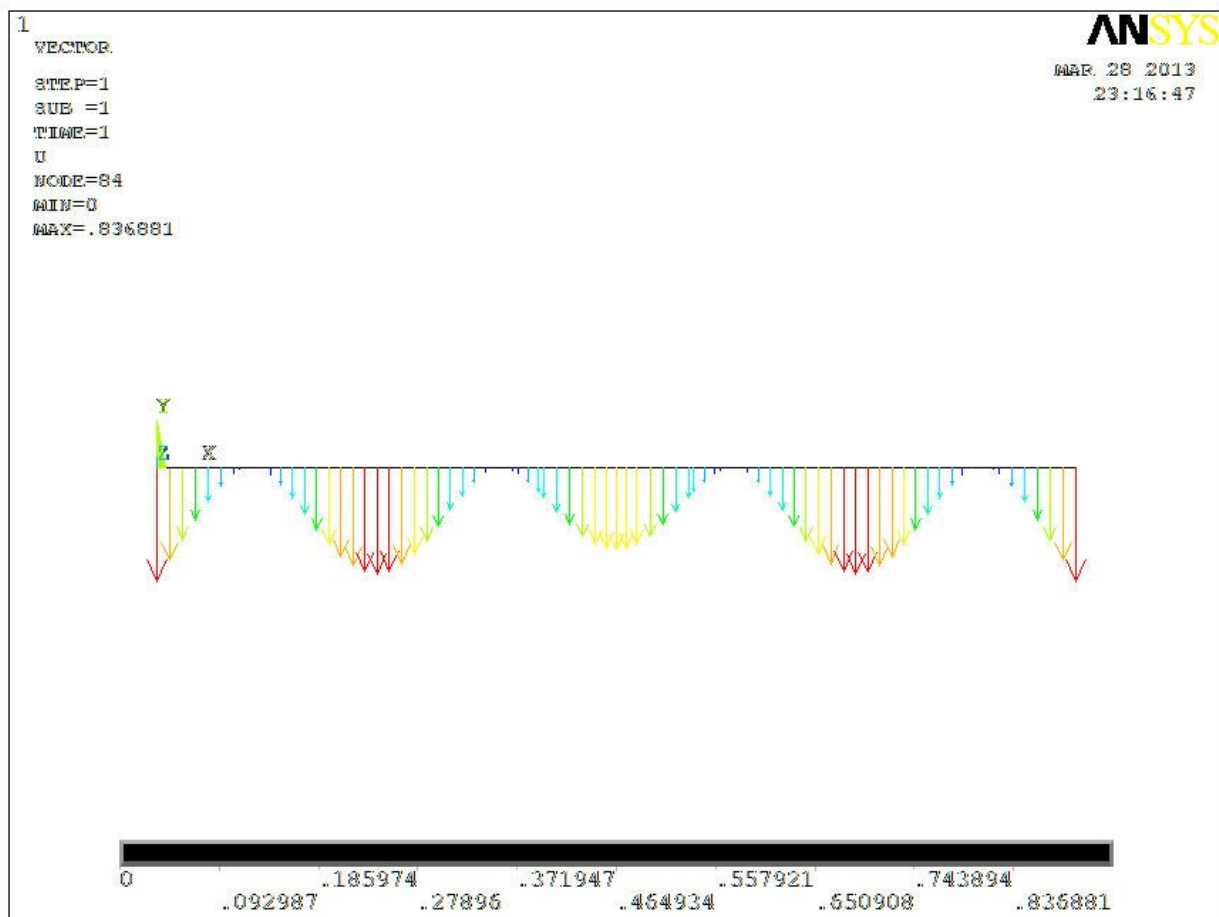
obrázek 4. 18 - náhled rozmístění podpor, tvar deformace

1 900 – 6 600 – 11 200 – 15 900

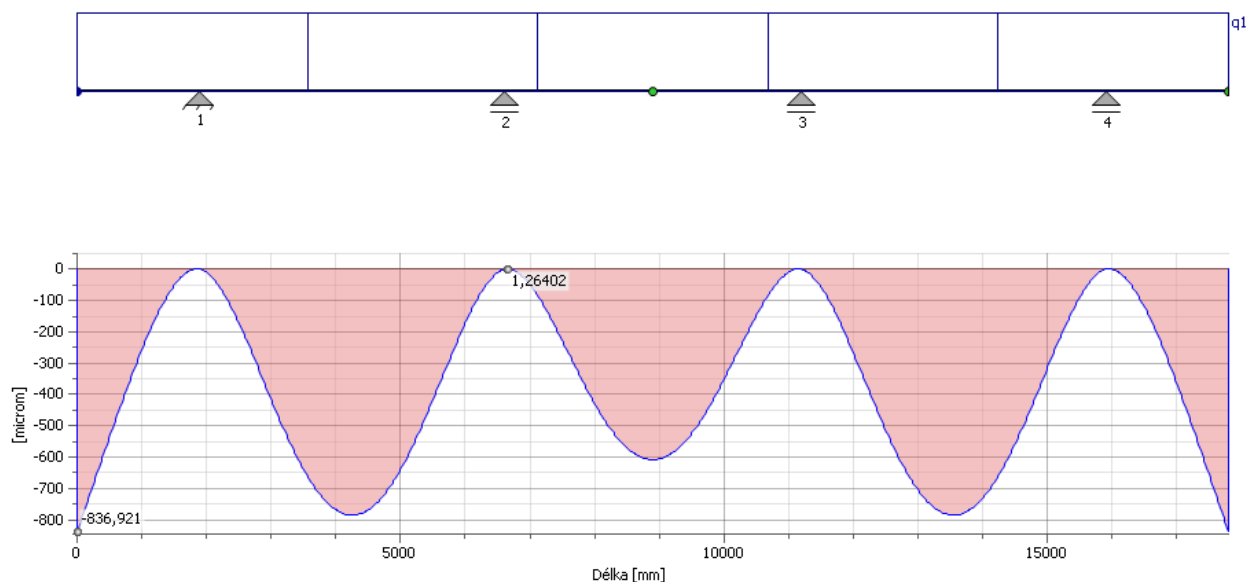
Rozmístění podpor a tvary deformace jsou znázorněny na obrázcích 4.19 až 4.21.



obrázek 4. 19 - tvar deformace



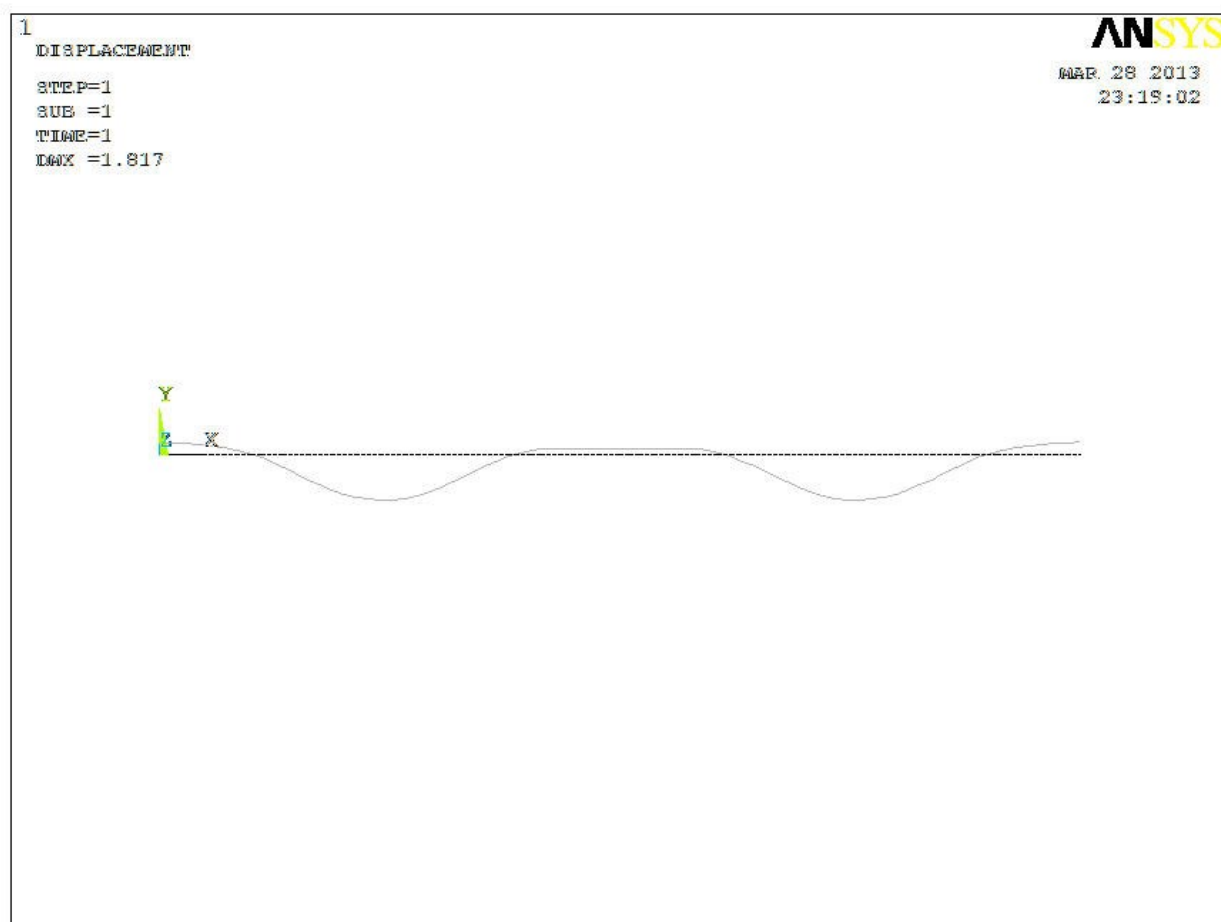
obrázek 4. 20 - tvar deformace, vektorové zobrazení



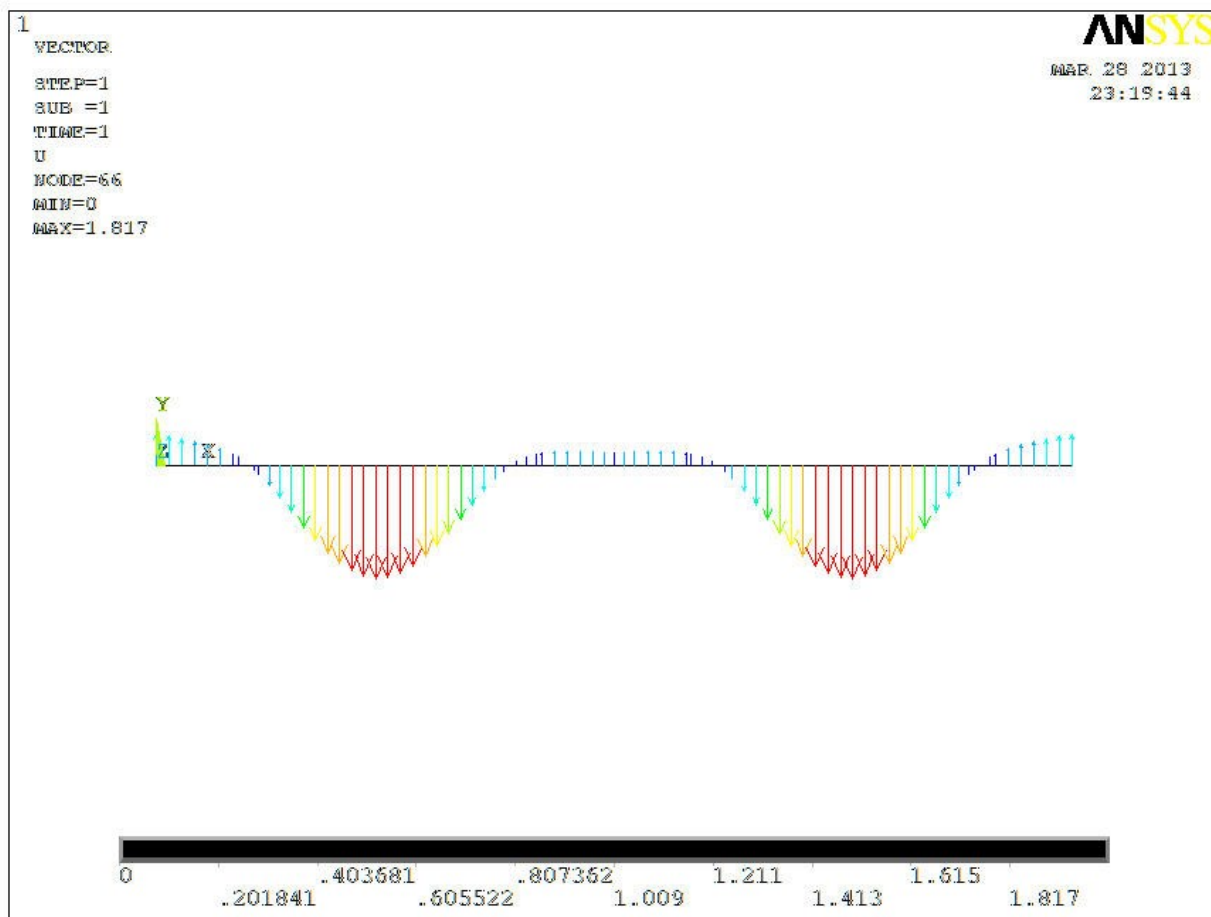
obrázek 4. 21 - náhled rozmístění podpor, tvar deformace

1 800 – 6 900 – 10 900 – 16 000

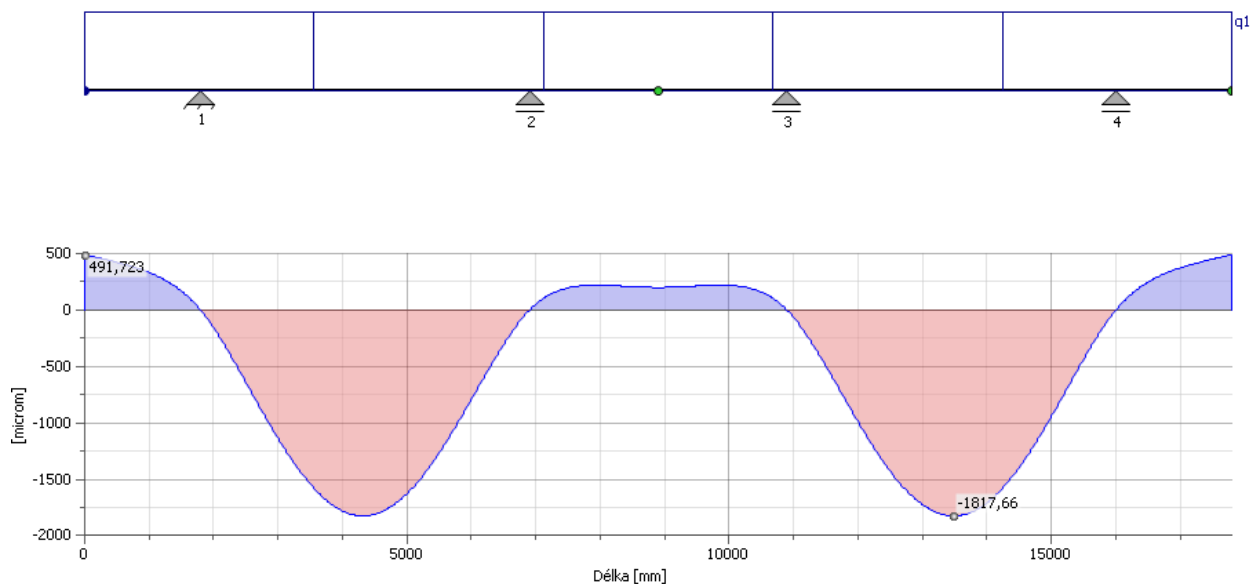
Rozmístění podpor a tvary deformace jsou znázorněny na obrázcích 4.22 až 4.24.



obrázek 4. 22 - tvar deformace



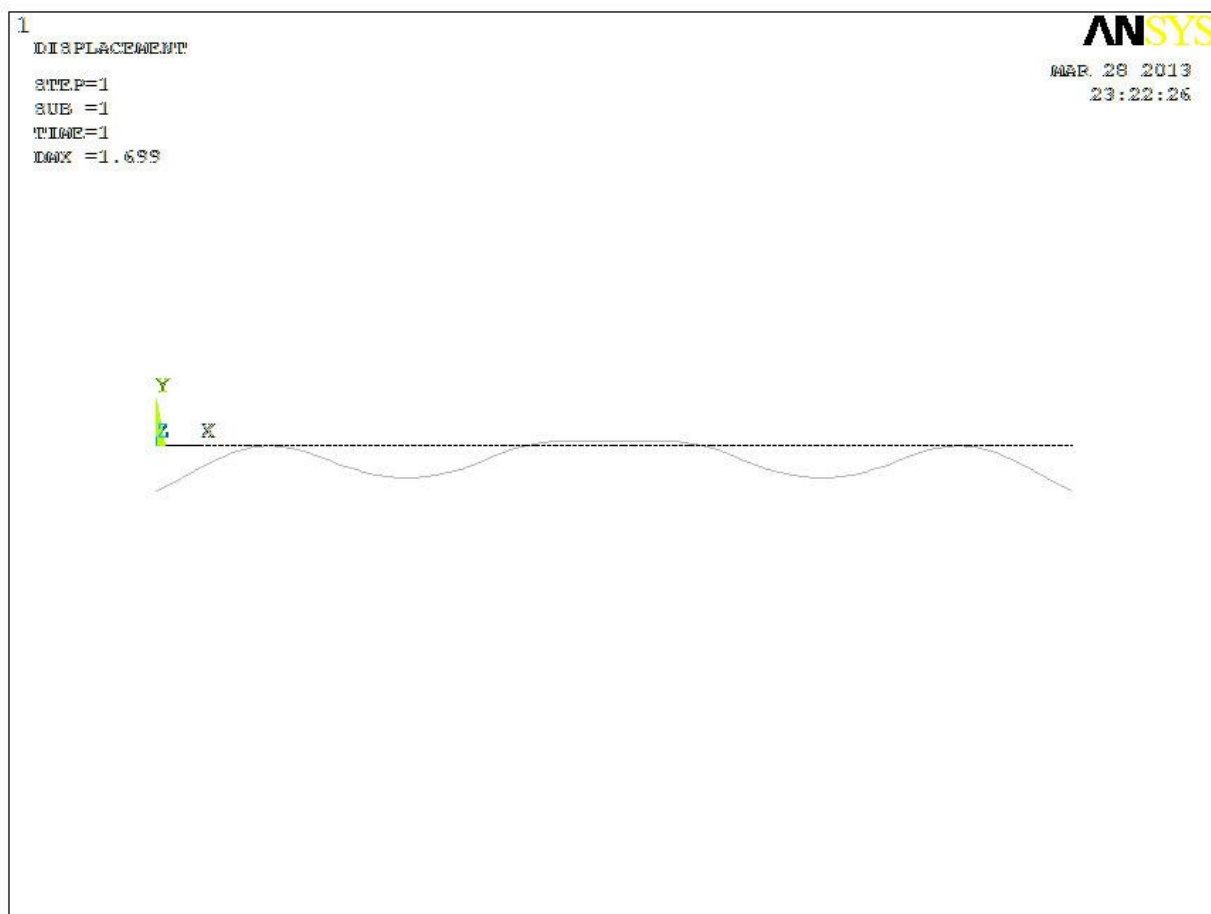
obrázek 4. 23 - tvar deformace, vektorové zobrazení



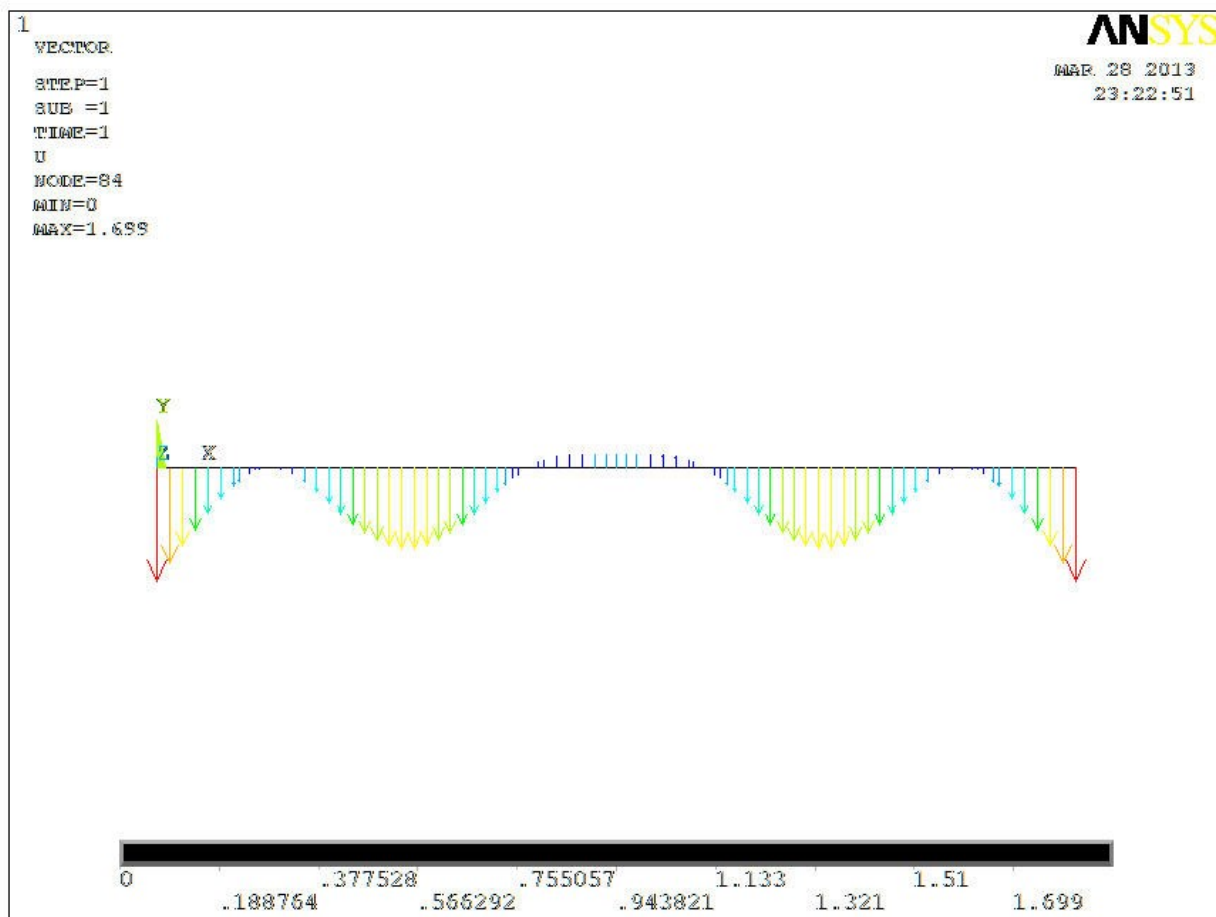
obrázek 4. 24 - náhled rozmístění podpor, tvar deformace

2 200 – 7 200 – 10 600 – 15 600

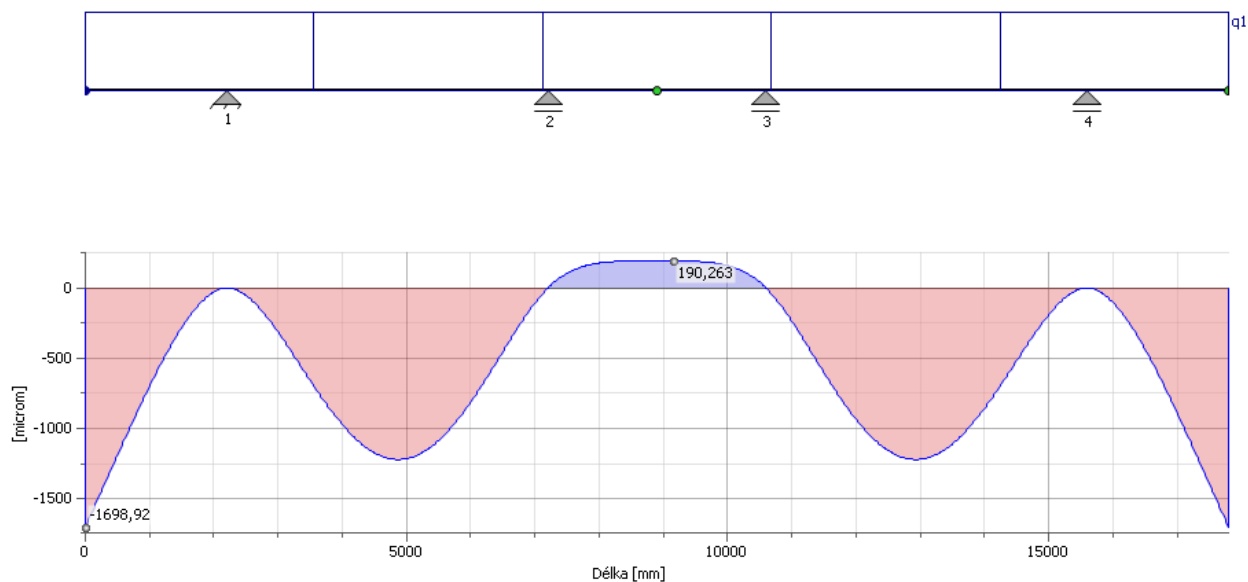
Rozmístění podpor a tvary deformace jsou znázorněny na obrázcích 4.25 až 4.27.



obrázek 4. 25 - tvar deformace



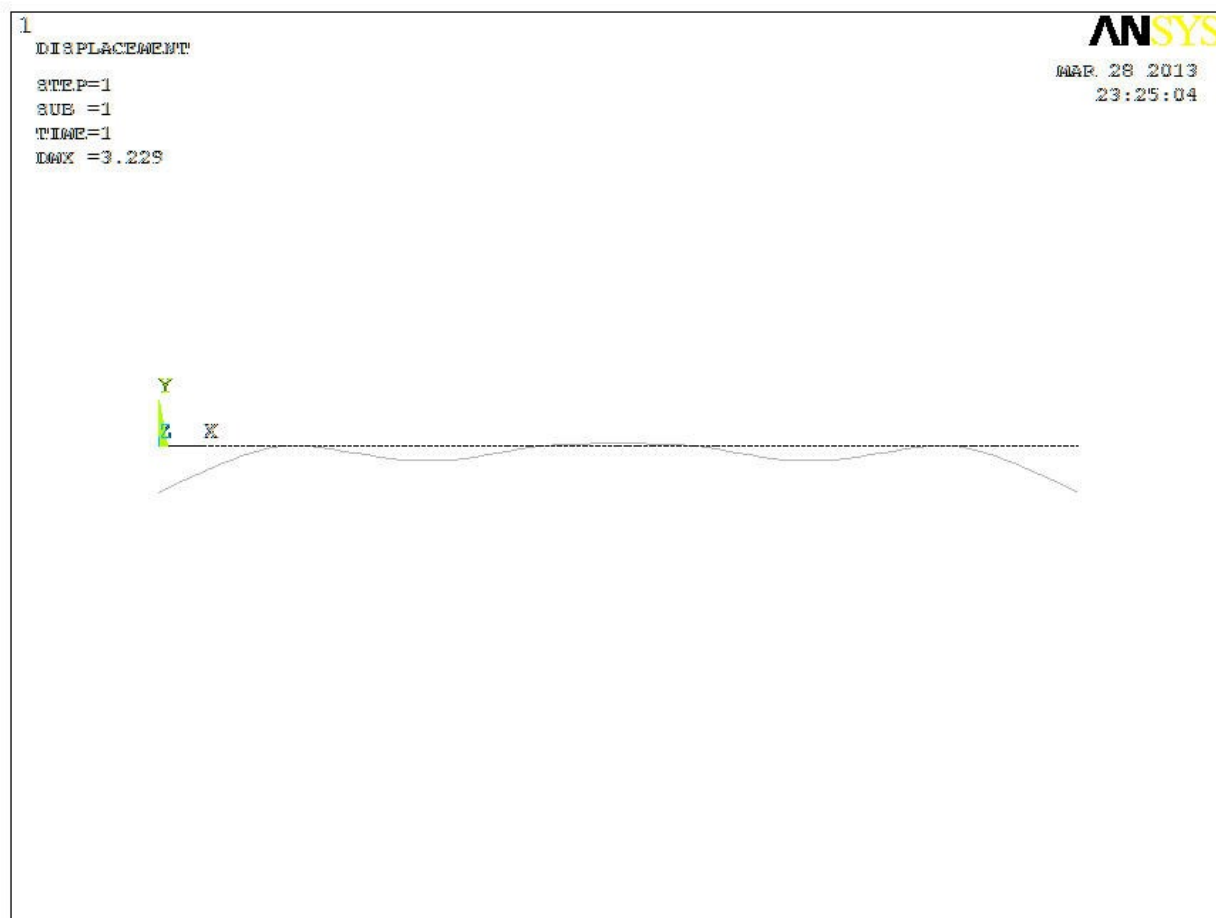
obrázek 4. 26 - tvar deformace, vektorové zobrazení



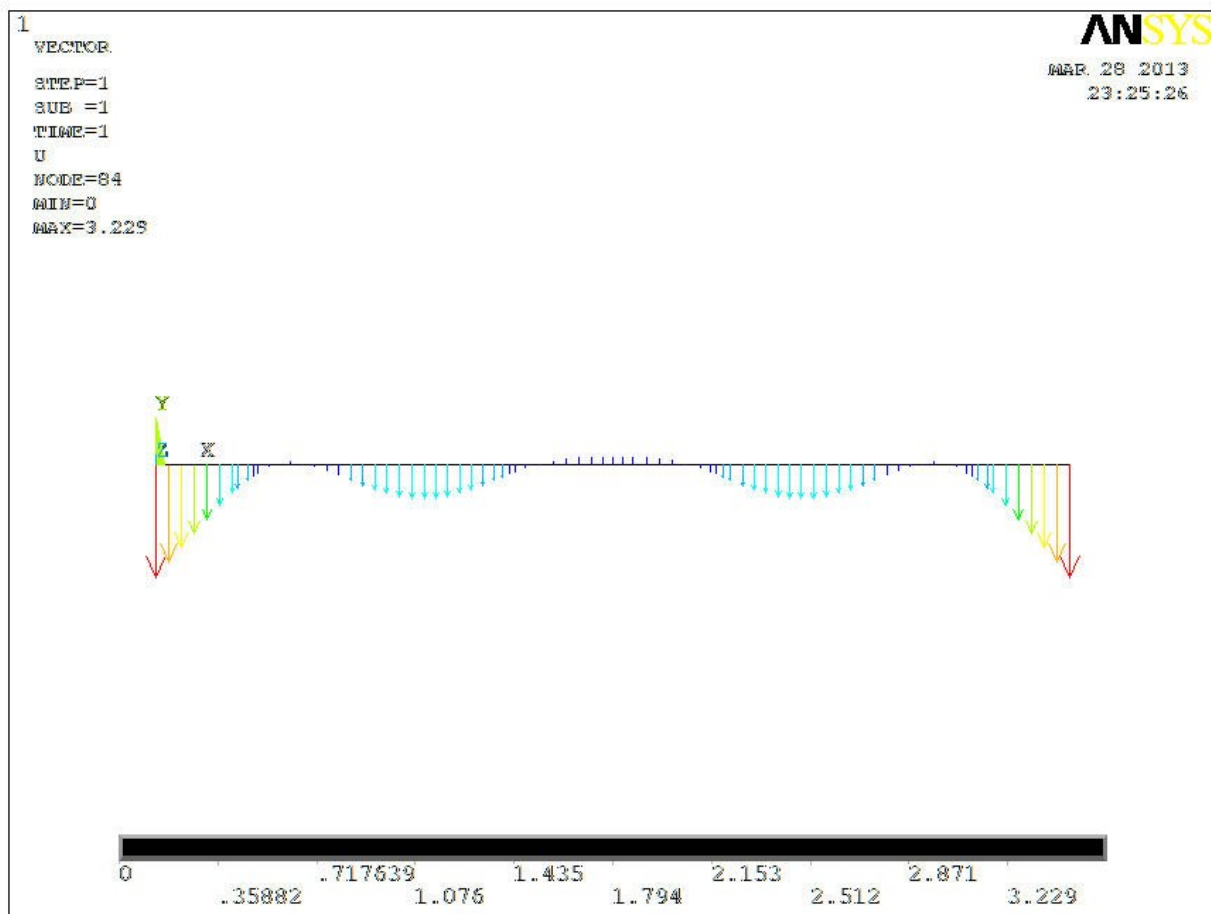
obrázek 4. 27 - náhled rozmístění podpor, tvar deformace

2 400 – 7 400 – 10 40 – 15 400

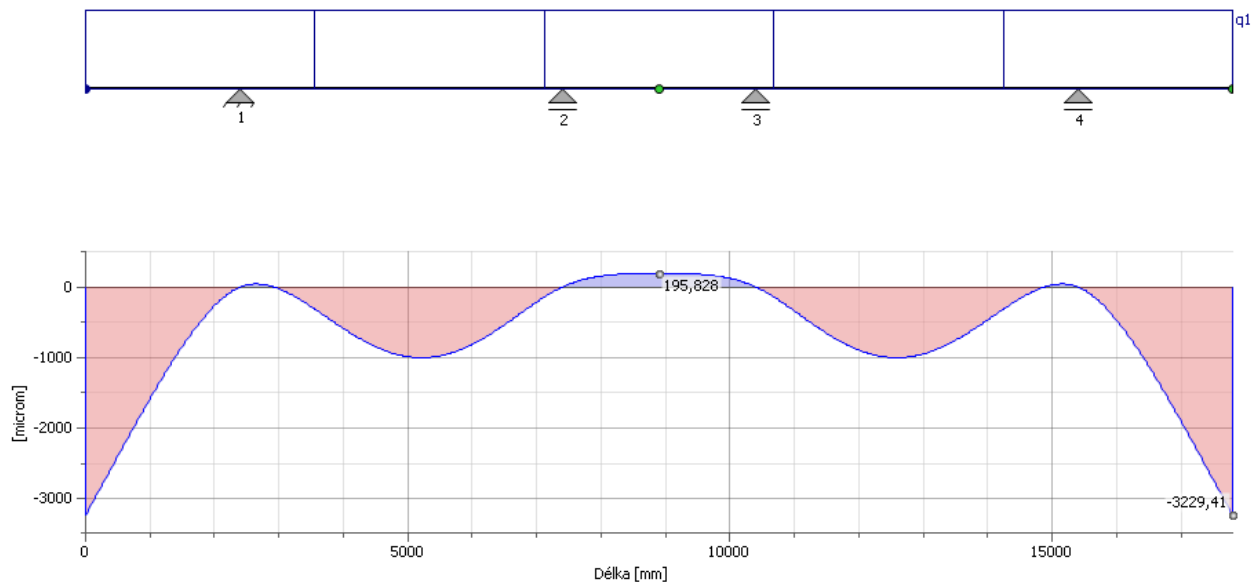
Rozmístění podpor a tvary deformace jsou znázorněny na obrázcích 4.28 až 4.30.



obrázek 4. 28 - tvar deformace



obrázek 4. 29 - tvar deformace, vektorové zobrazení



obrázek 4. 30 - náhled rozmístění podpor, tvar deformace

4.2 M-file pro vytvoření 3D grafu závislosti průhybu na rozmístění podpor

%vykreslení 3D grafu

a=linspace(1600,2400,9);

b=linspace(6600,7400,9);

w=[1.7 1.9 2.2 2.5 2.8 3.1 3.5 3.8 4.1;

1.4 1.6 1.9 2.2 2.4 2.7 3 3.3 3.6;

1.1 1.3 1.6 1.8 2.1 2.4 2.6 2.9 3.2;

0.8 1.1 1.2 1.5 1.7 2 2.3 2.5 2.8;

1.5 1.3 1 1.2 1.4 1.6 1.9 2.1 2.4;

2.3 2 1.8 1.6 1.3 1.3 1.5 1.8 2;

3.1 2.9 2.6 2.4 2.2 1.9 1.7 1.5 1.7;

4 3.8 3.6 3.3 3.1 2.9 2.6 2.4 2.2;

5 4.8 4.6 4.4 4.1 3.9 3.7 3.5 3.2];

[a2 b2]=meshgrid(a,b);

surf(a2,b2,w')

xlabel('souřadnice a')

ylabel('souřadnice b')

zlabel('průhyb w')

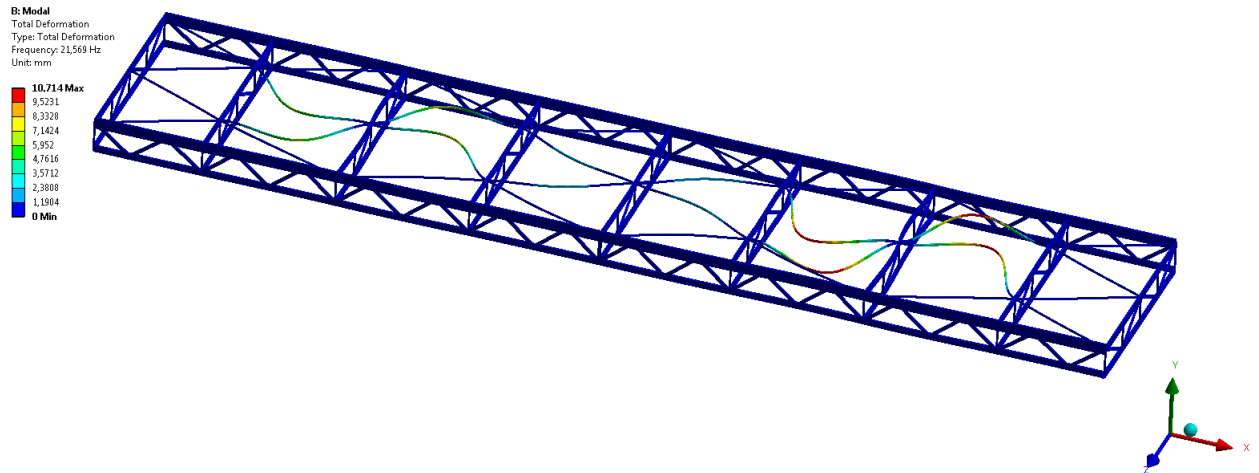
title('závislost průhybu na umístění podpor')

colorbar

4.3 Posunutí konstrukce stolu zvedací plošiny a průběh napětí

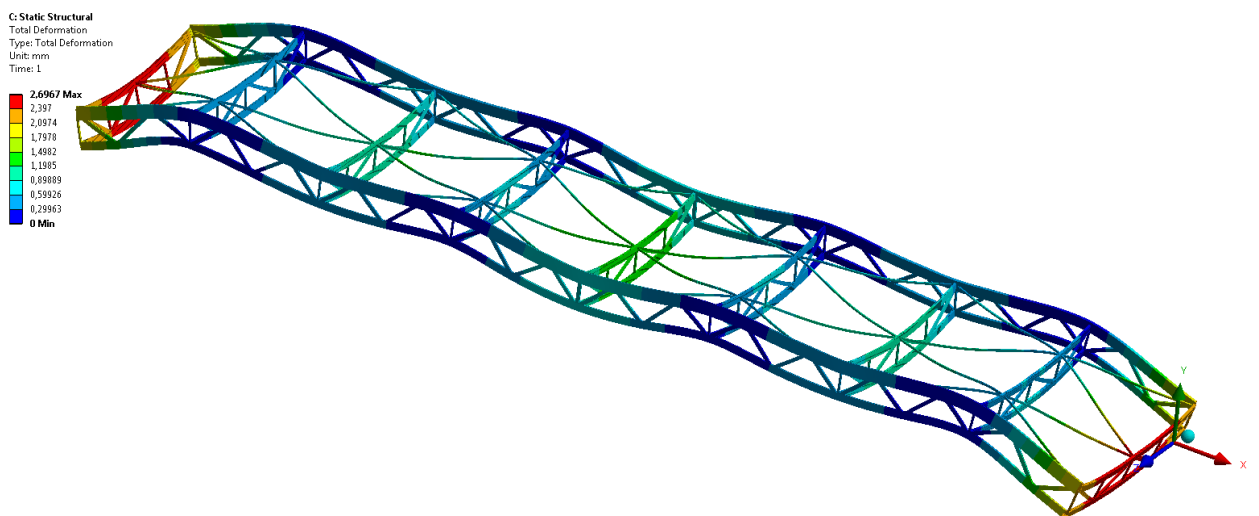
4.3.1 Varianta č. 1

Výsledky z modální analýzy jsou znázorněny na obrázku 4.3.1.1, hodnota vlastní frekvence je 21,569 Hz.



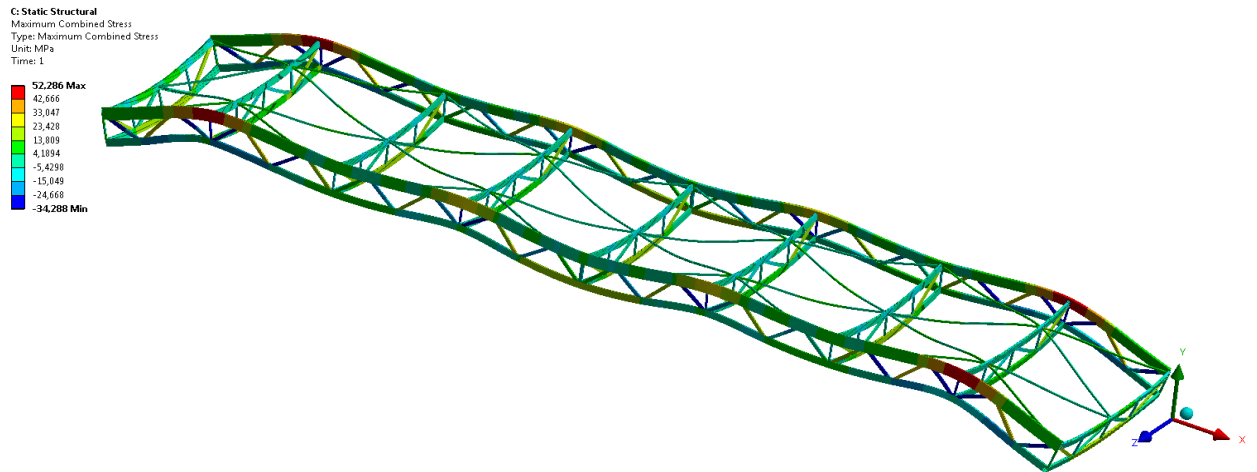
Obrázek 4.3.1.1 – první vlastní frekvence a tvar; [Hz]

Hodnota celkového posunutí je 2,6967 mm a je v místě příčného obvodu, tak jak je znázorněno na obrázku 4.3.1.2.

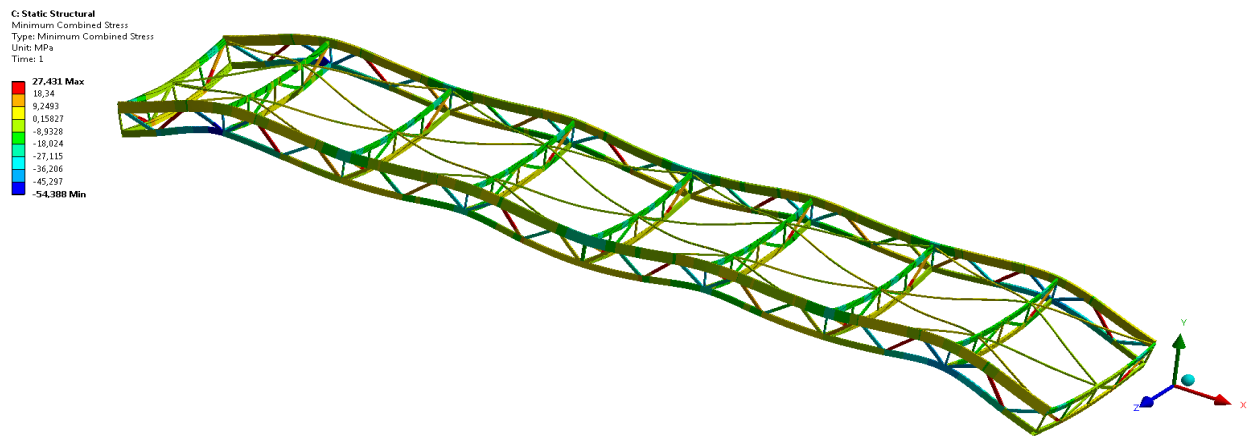


Obrázek 4.3.1.2 - průběh celkového posunutí; [mm]

Průběhy napětí jsou znázorněny na obrázku 4.3.1.3 a na obrázku 4.3.1.4.



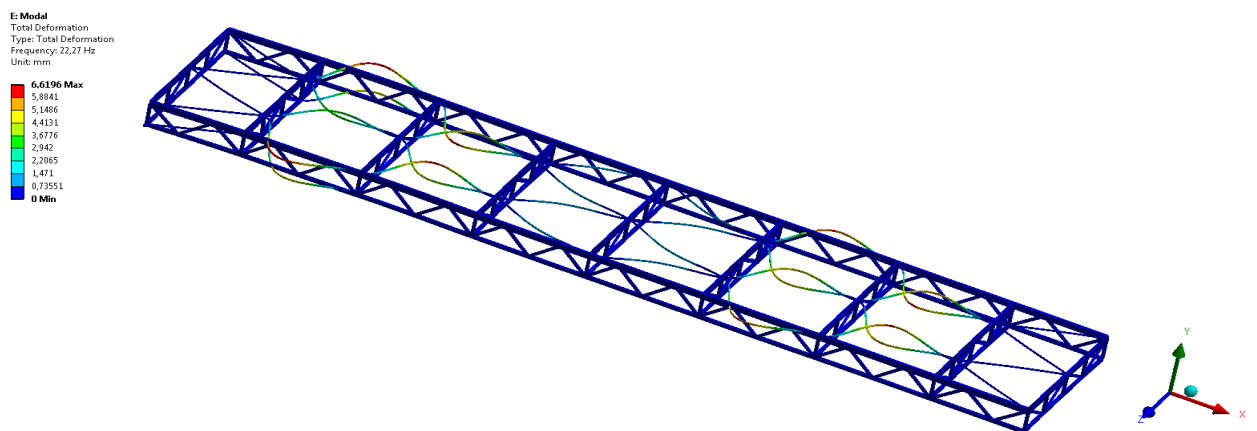
Obrázek 4.3.1.3 -průběh maximálního napětí; [MPa]



Obrázek 4.3.1.4 - průběh minimálního napětí; [MPa]

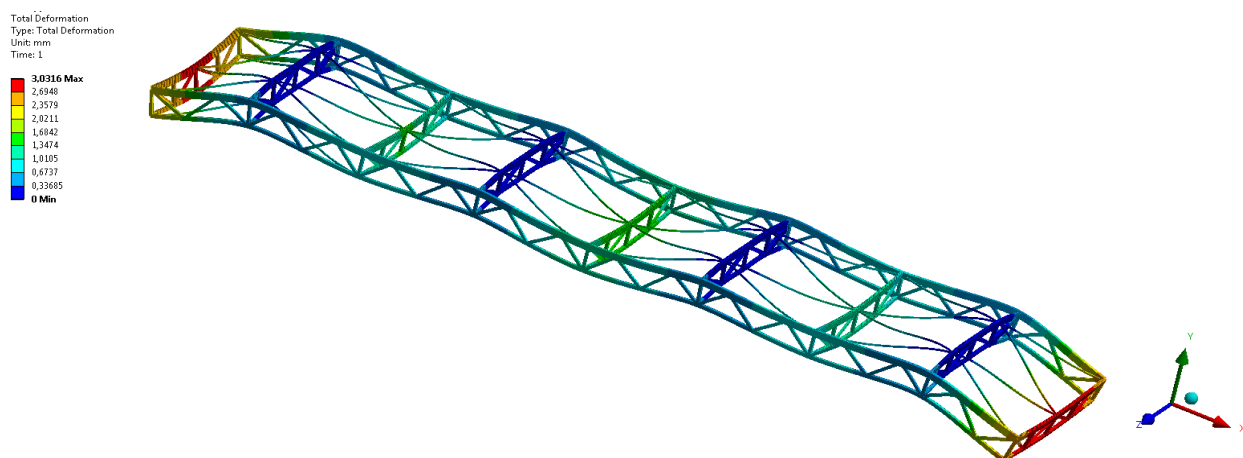
4.3.2 Varianta č. 2

Výsledky z modální analýzy jsou znázorněny na obrázku 4.3.1.1, hodnota vlastní frekvence je 22,27 Hz.



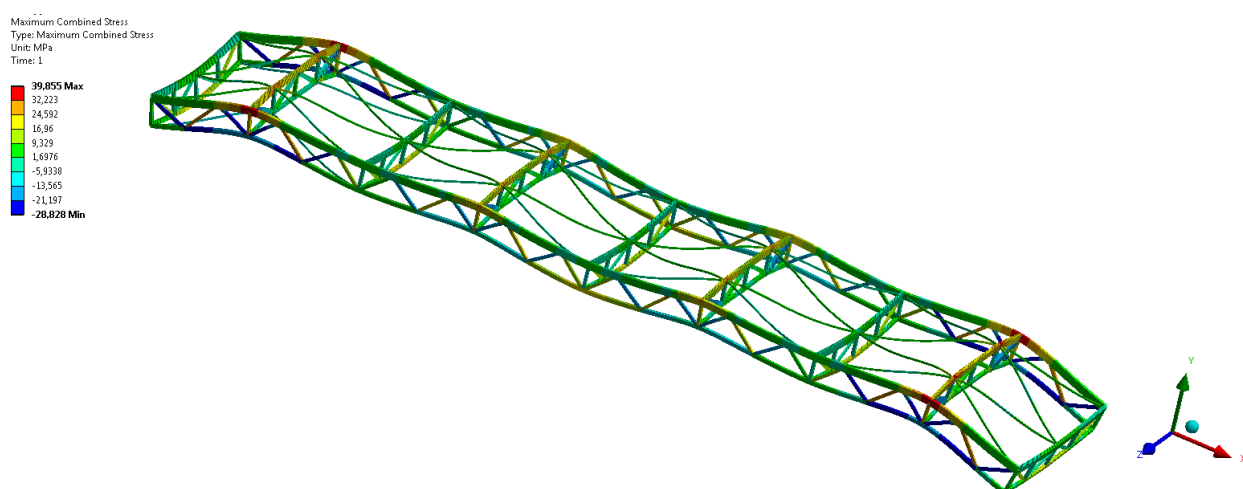
Obrázek 4.3.2.1 - první vlastní frekvence a tvar; [Hz]

Hodnota celkového posunutí je 3,0316 mm a je v místě příčného obvodu, tak jak je znázorněno na obrázku 4.3.1.2.

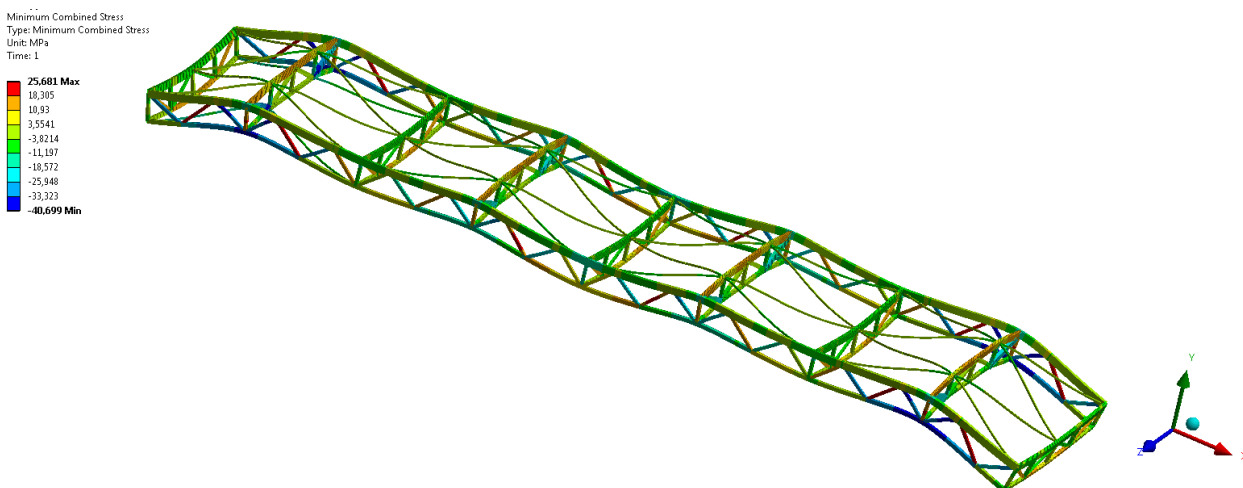


Obrázek 4.3.2.2 - průběh celkového posunutí; [mm]

Průběhy napětí jsou znázorněny na obrázku 4.3.2.3 a na obrázku 4.3.2.4.



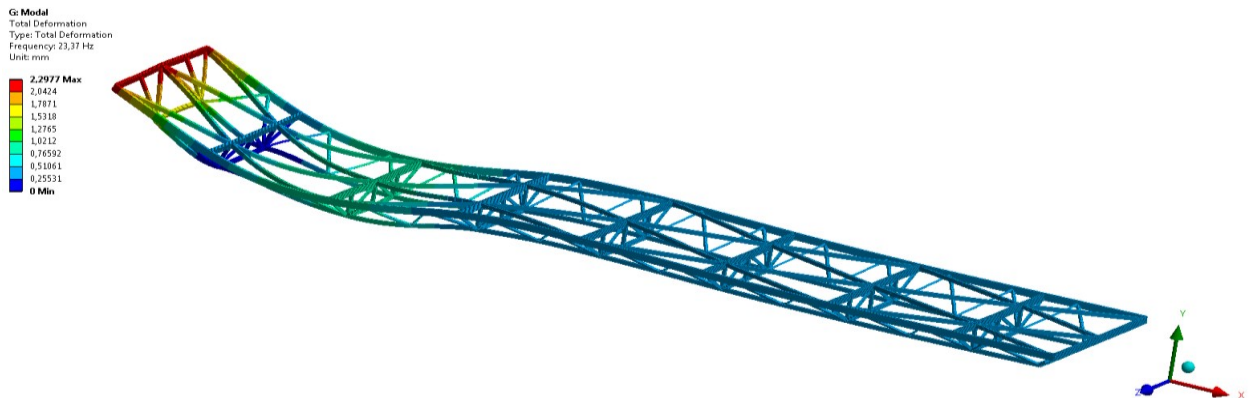
Obrázek 4.3.2.3 - průběh maximálního napětí; [MPa]



Obrázek 4.3.2.4 - průběh minimálního napětí; [MPa]

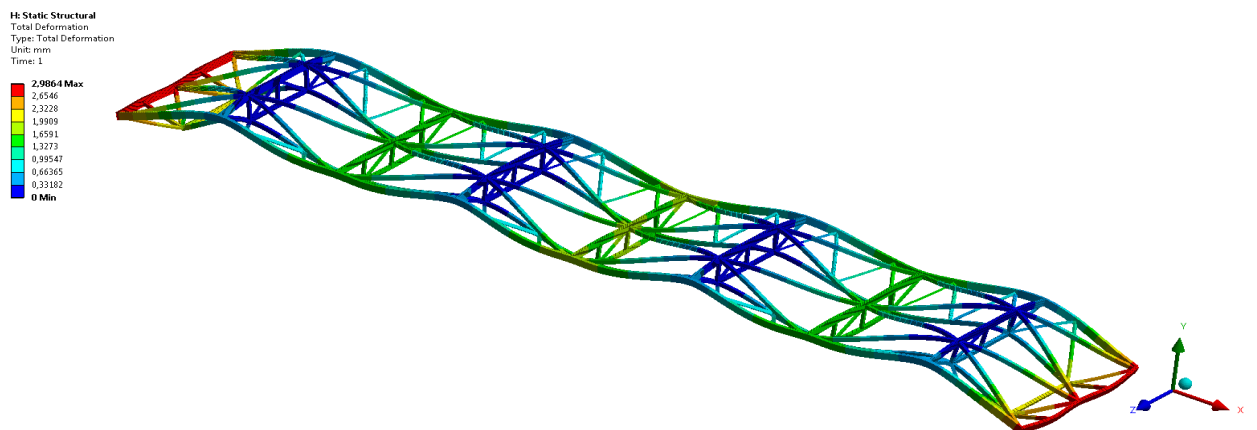
4.3.3 Varianta č. 3

Výsledky z modální analýzy jsou znázorněny na obrázku 4.3.3.1, hodnota vlastní frekvence je 23,37 Hz.



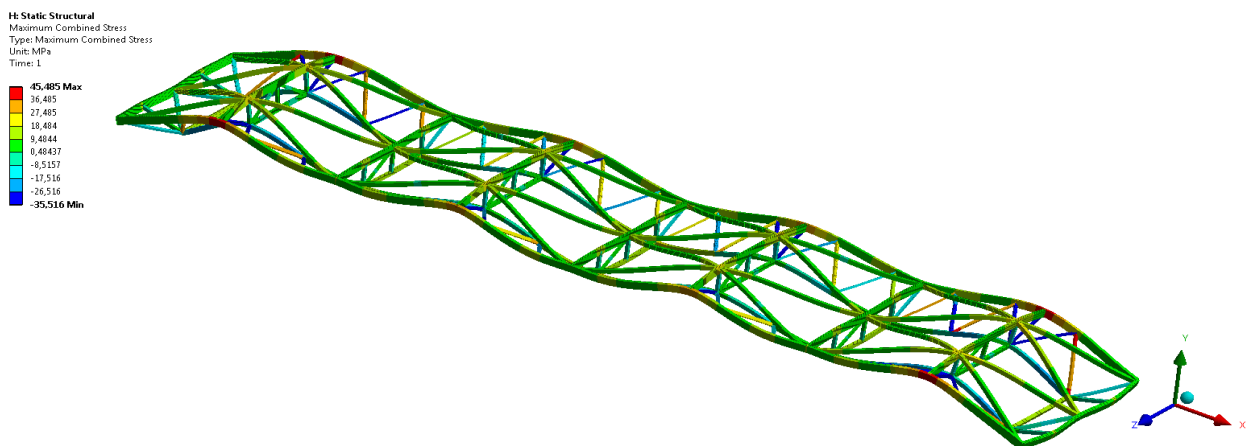
Obrázek 4.3.3.1 první vlastní frekvence a tvar; [Hz]

Hodnota celkového posunutí je 2,9864 mm a je v místě příčného obvodu, tak jak je znázorněno na obrázku 4.3.3.2.

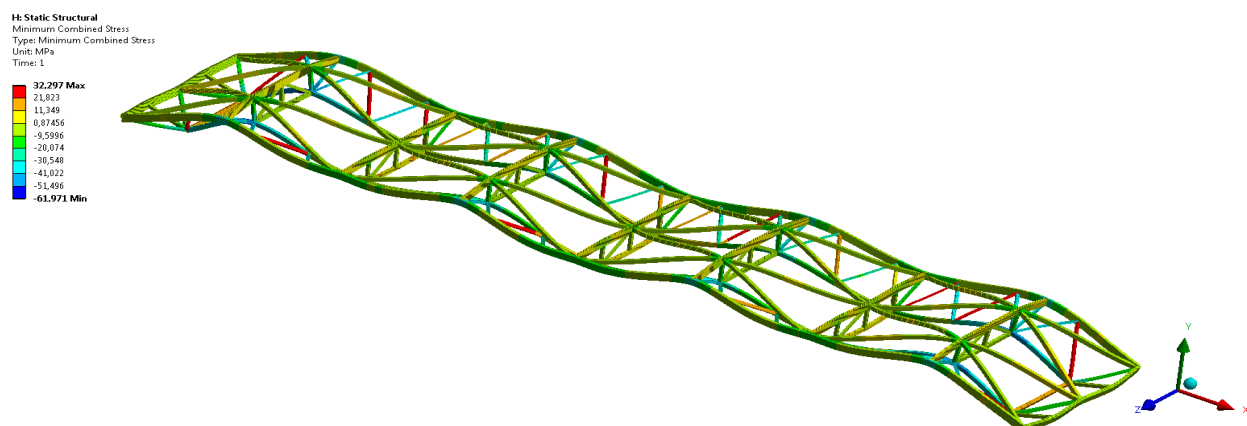


Obrázek 4.3.3.2 - průběh celkového posunutí; [mm]

Průběhy napětí jsou znázorněny na obrázku 4.3.3.3 a na obrázku 4.3.3.4.



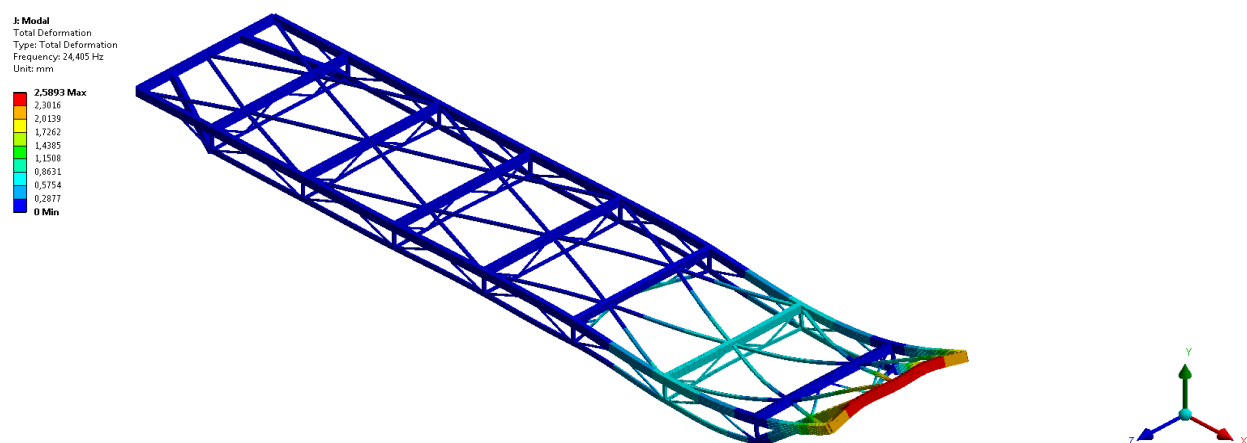
Obrázek 4.3.3.3 - průběh maximálního napětí; [MPa]



Obrázek 4.3.3.4 - průběh minimálního napětí; [MPa]

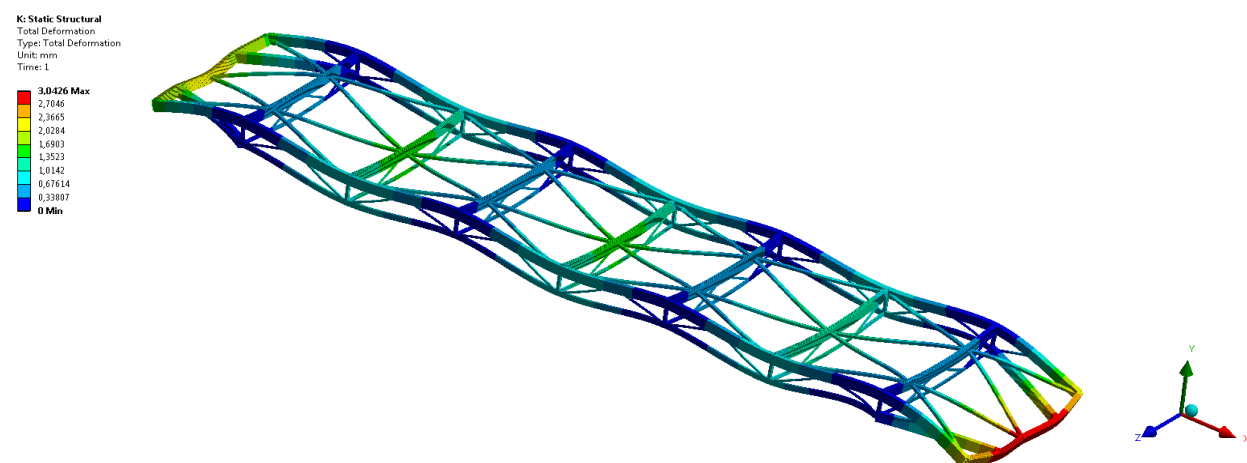
4.3.4 Varianta č. 4

Výsledky z modální analýzy jsou znázorněny na obrázku 4.3.4.1, hodnota vlastní frekvence je 24,405 Hz.



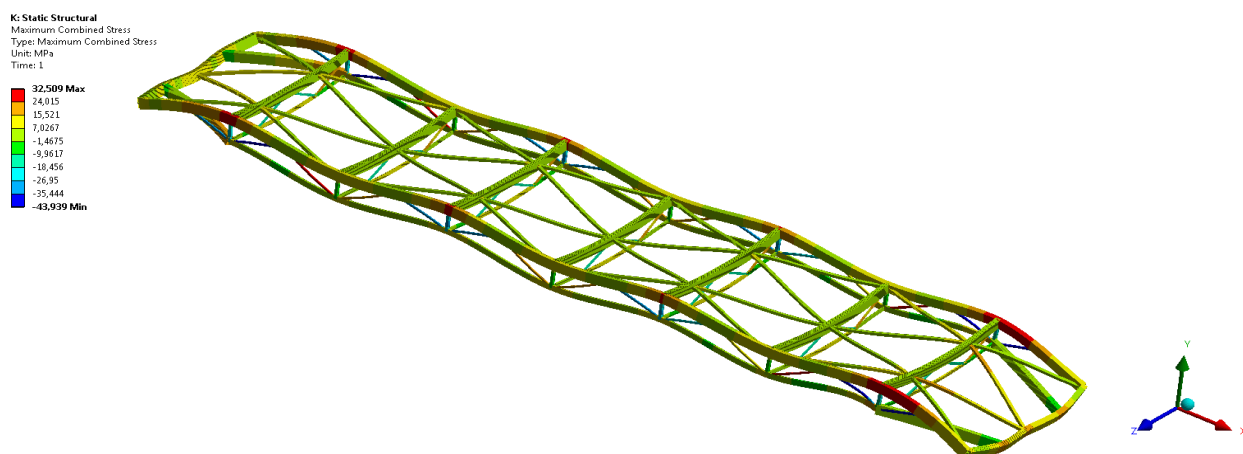
Obrázek 4.3.4.1 - první vlastní frekvence a vlastní tvar; [Hz]

Hodnota celkového posunutí je 3,0426 mm a je v místě příčného obvodu, tak jak je znázorněno na obrázku 4.3.4.2.

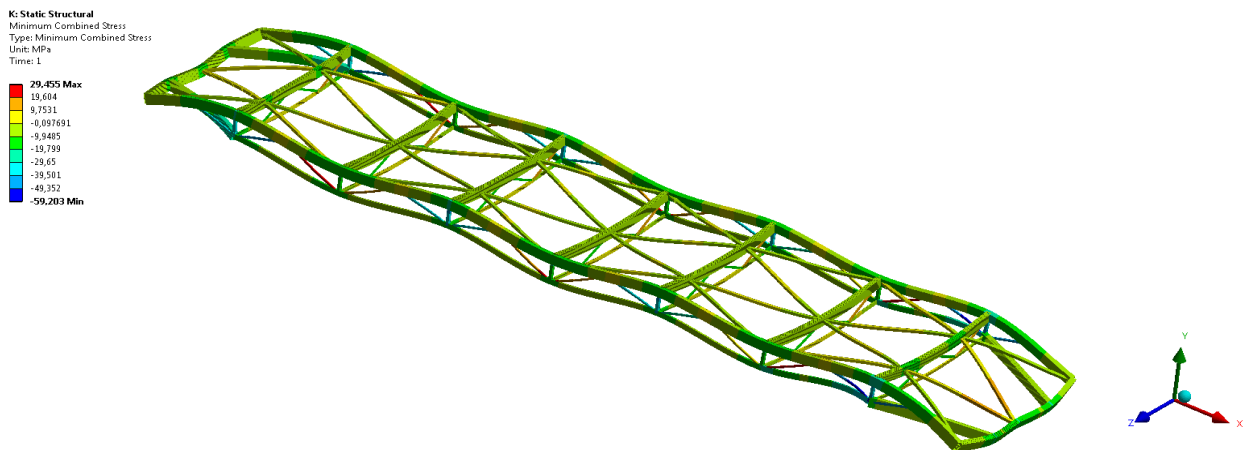


Obrázek 4.3.4.2 - průběh celkového posunutí; [mm]

Průběhy napětí jsou znázorněny na obrázku 4.3.4.3 a na obrázku 4.3.4.4.



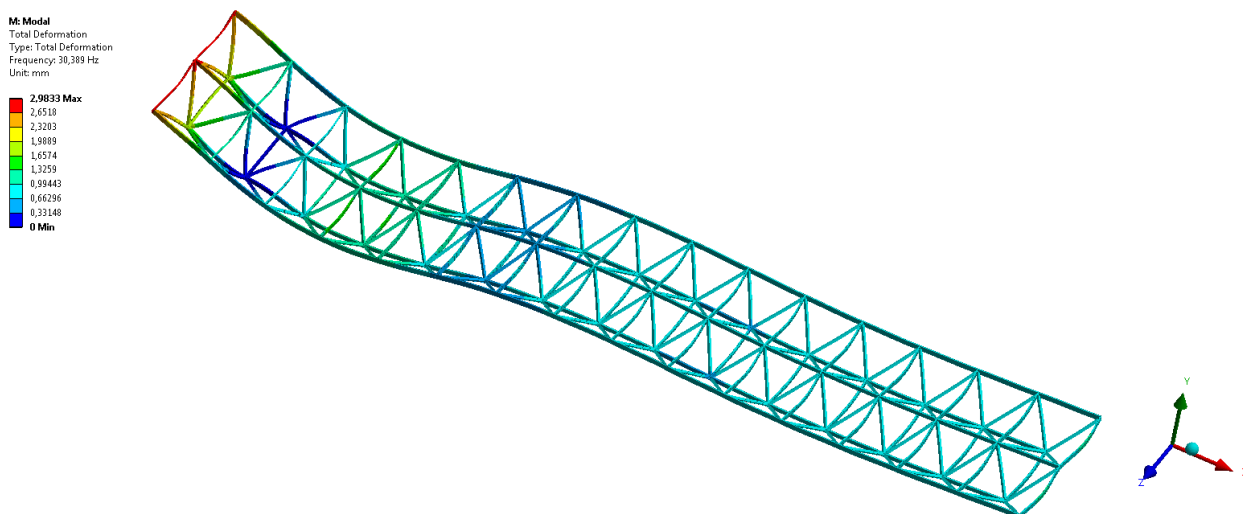
Obrázek 4.3.4.3 - průběh maximálního napětí; [MPa]



Obrázek 4.3.4.4 - průběh minimálního napětí; [MPa]

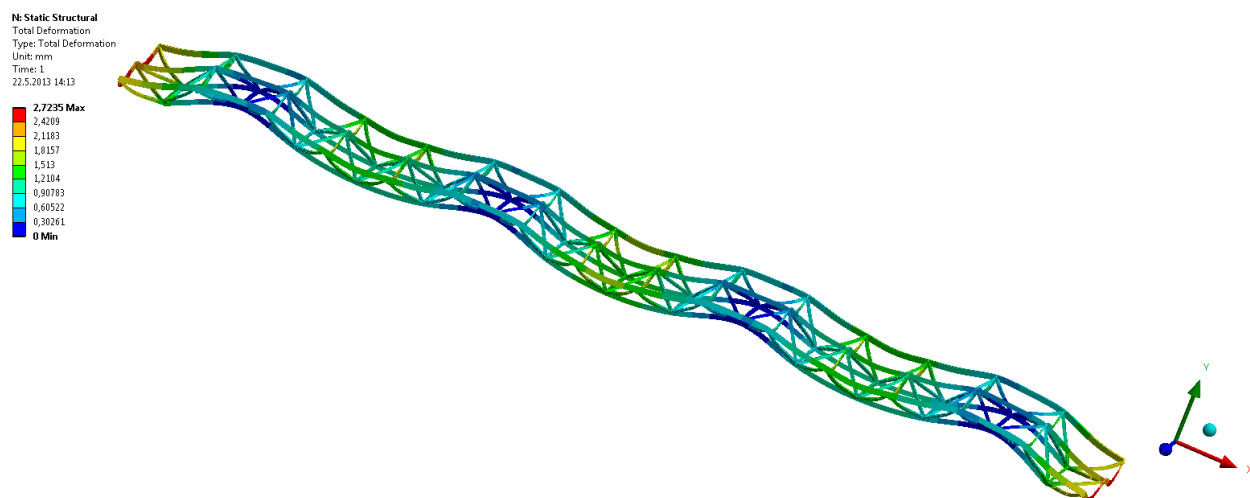
4.3.5 Varianta č. 5

Výsledky z modální analýzy jsou znázorněny na obrázku 4.3.4.1, hodnota vlastní frekvence je 24,405 Hz.



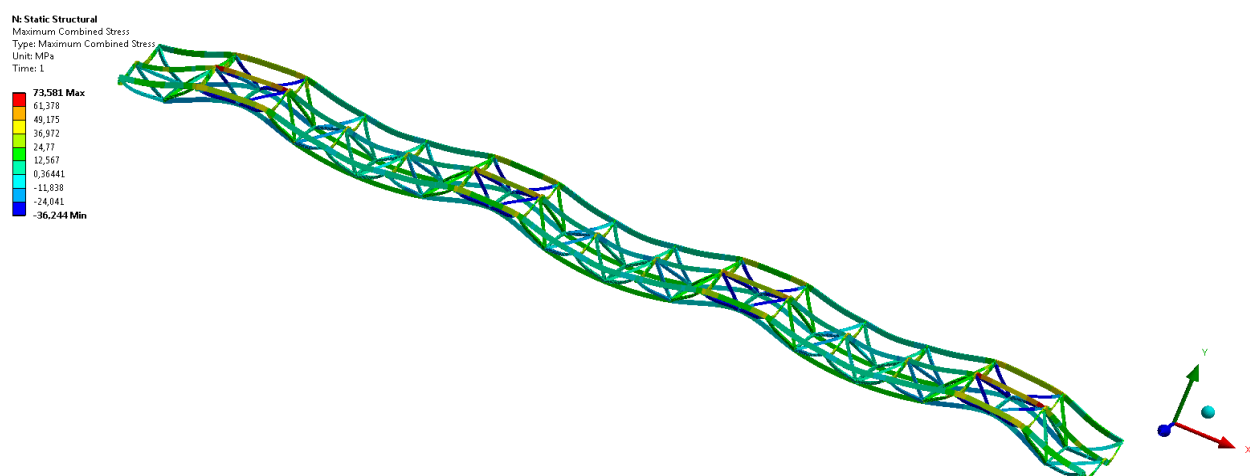
Obrázek 4.3.5.1 - první vlastní frekvence a tvar; [Hz]

Hodnota celkového posunutí je 2,7235 mm a je v místě příčného obvodu, tak jak je znázorněno na obrázku 4.3.5.2.

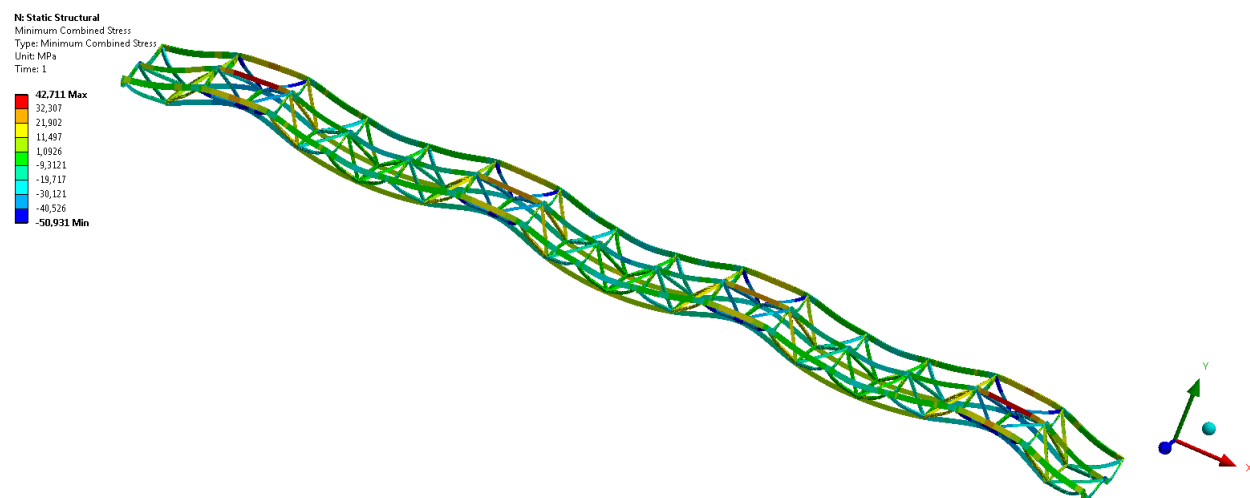


Obrázek 4.3.5.2 - průběh celkového posunutí; [mm]

Průběhy napětí jsou znázorněny na obrázku 4.3.5.3 a na obrázku 4.3.5.4.



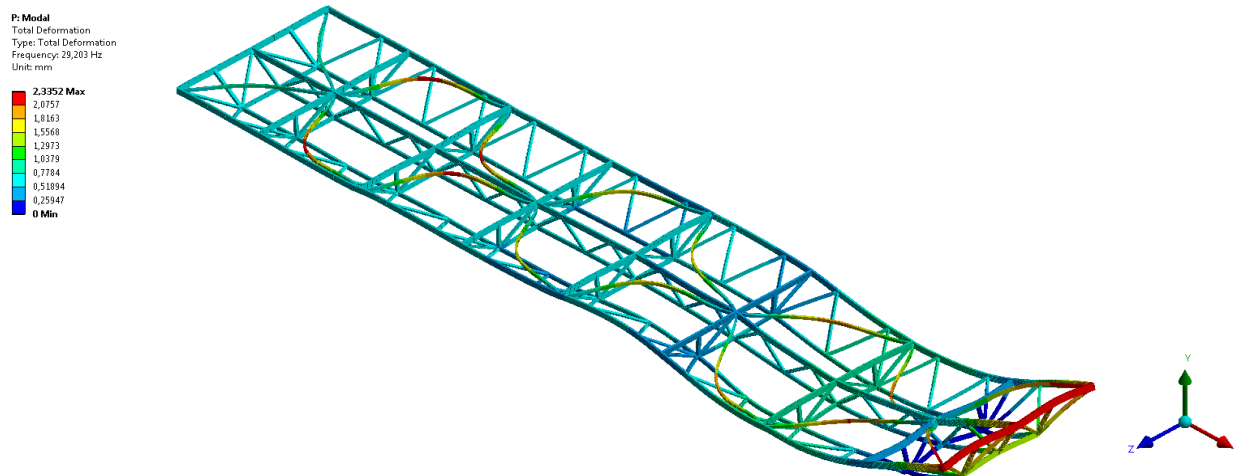
Obrázek 4.3.5.3 - průběh maximálního napětí; [MPa]



Obrázek 4.3.5.4 - průběh minimálního napětí; [MPa]

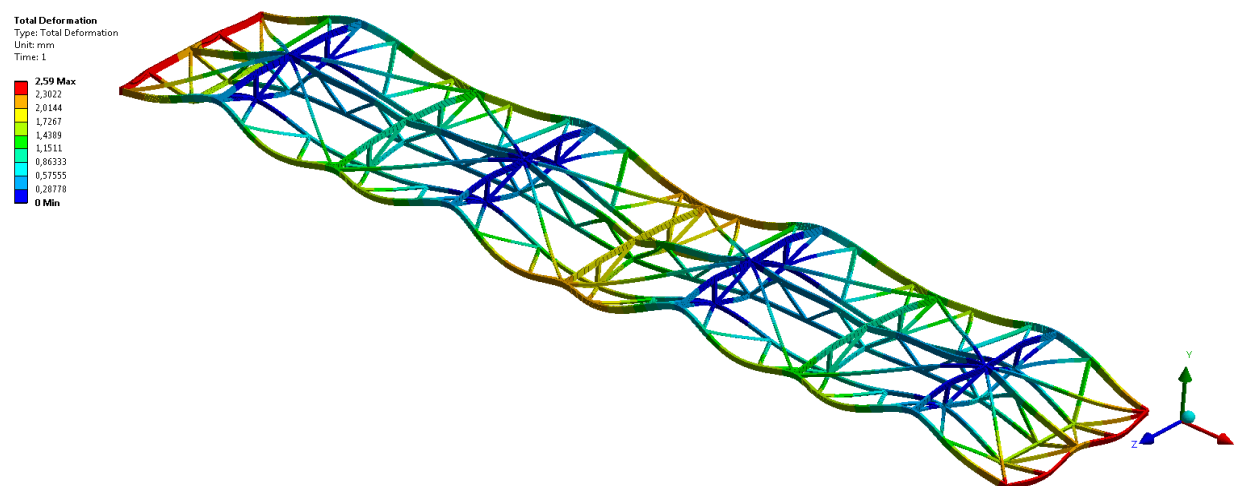
4.3.6 Varianta č. 6

Výsledky z modální analýzy jsou znázorněny na obrázku 4.3.4.1, hodnota vlastní frekvence je 29,203 Hz.



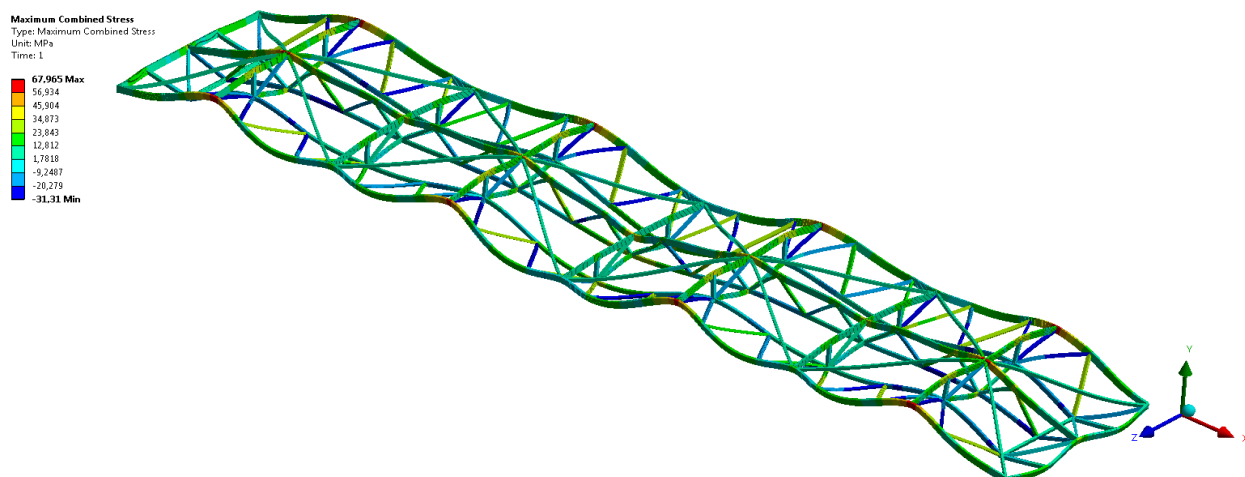
Hodnota celkového posunutí je 2,59 mm a je v místě příčného obvodu, tak jak je znázorněno na obrázku 4.3.5.2.

Obrázek 4.3.6.1 - první vlastní frekvence a tvar; [Hz]

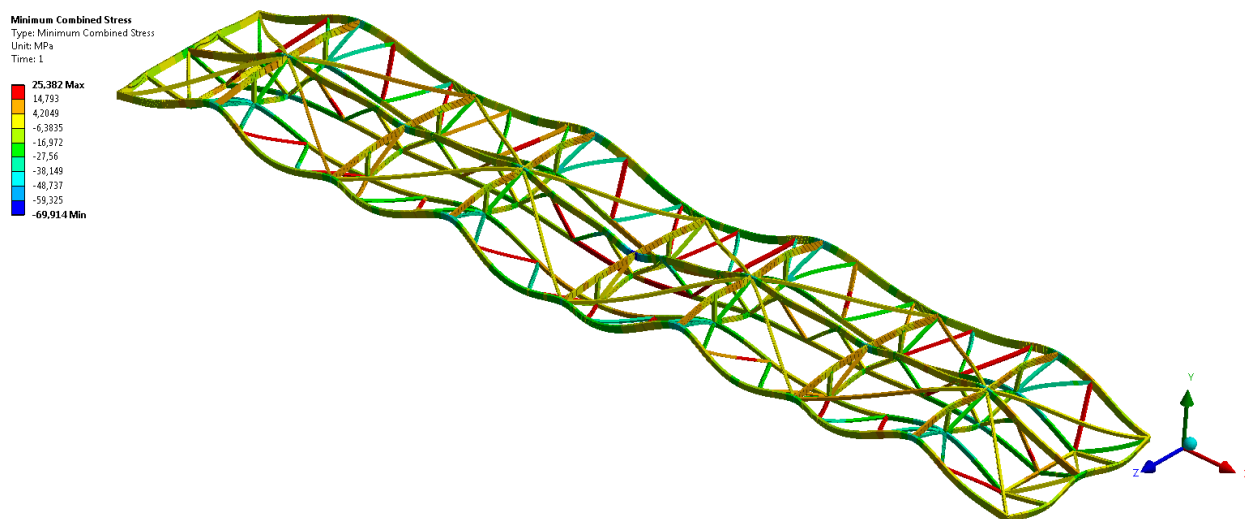


Obrázek 4.3.6.2 - průběh celkového posunutí; [mm]

Průběhy napětí jsou znázorněny na obrázku 4.3.6.3 a na obrázku 4.3.6.4



Obrázek 4.3.6.3 - průběh maximálního napětí; [MPa]



Obrázek 4.3.6.4 - průběh minimálního napětí; [MPa]

Sestavný výkres: DP-001-SVKSZP